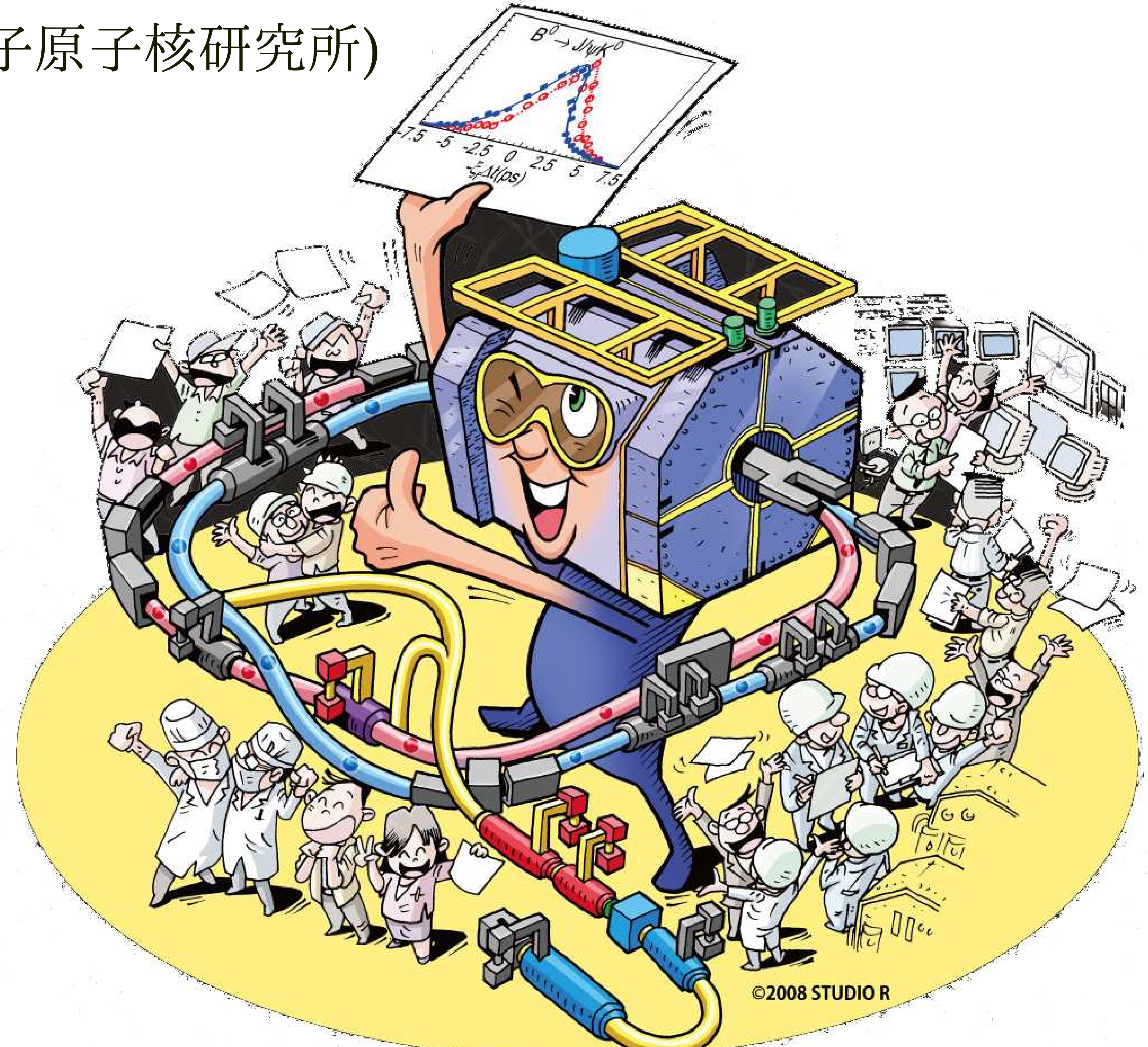
高エネルギー加速器セミナー I — Belle 実験 1

中尾 幹彦 (KEK 素粒子原子核研究所)

2009 年 6 月 10 日



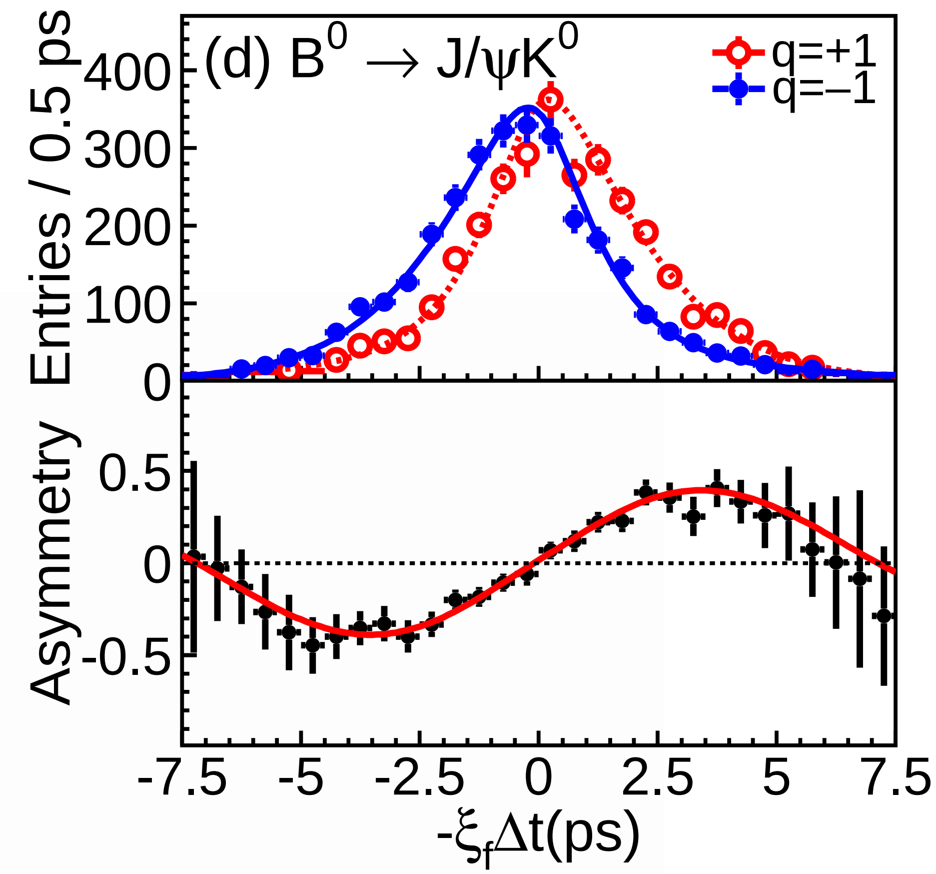
1999 年、KEK では KEKB 加速器と Belle 実験が
小林益川理論を実証するために稼働を開始しました。

- KEKB は大量の B 中間子を作り出すための加速器で、
  B ファクトリー (工場) とも呼ばれています。
- Belle は B 中間子の崩壊過程を調べるための測定器の
  名前で、また実験グループの名前でもあります。

KEKB 加速器と Belle 実験は、米国 SLAC の PEP-II 加速器・
BaBar 実験とともに素粒子物理を大きく発展させました。

今回 (第 1 回) は B 中間子崩壊の CP 非対称性について

- 素粒子と中間子の基礎知識
- C、P、CP 対称性
- 弱い相互作用と小林・益川行列
- B 中間子混合と CP 対称性の破れ
- 測定の原理



(第 2 回は Belle 測定器の原理と実験結果、Belle の見学)

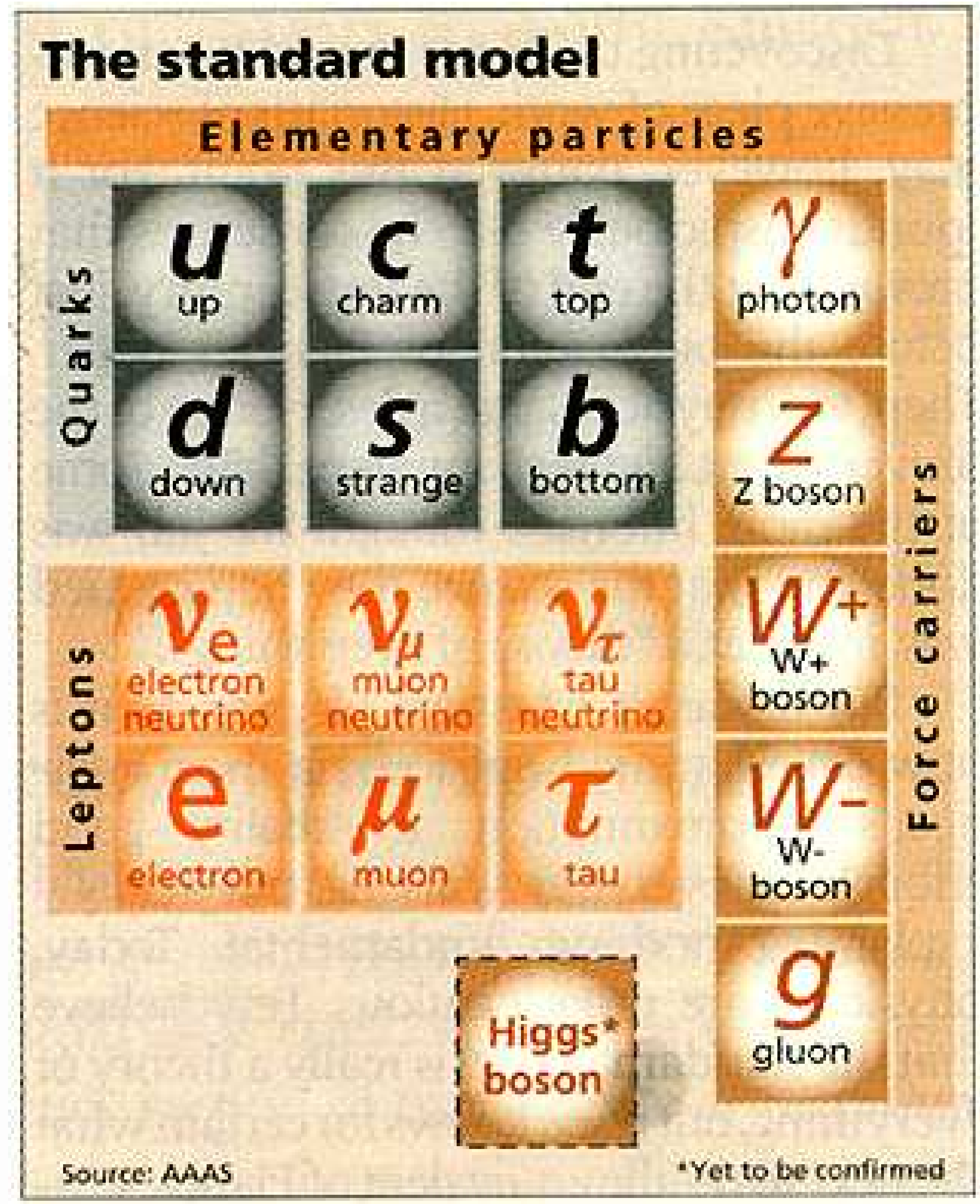
理論的厳密性について議論するわけではないので、例えば波動関数や固有状態などは区別せず、$|\psi\rangle$ ではなく ψ と書いている。また、実験屋の議論で、実際に数値計算することを目的としていないので i や -1 の有無が統一してません

素粒子と中間子の基礎知識

標準模型の素粒子

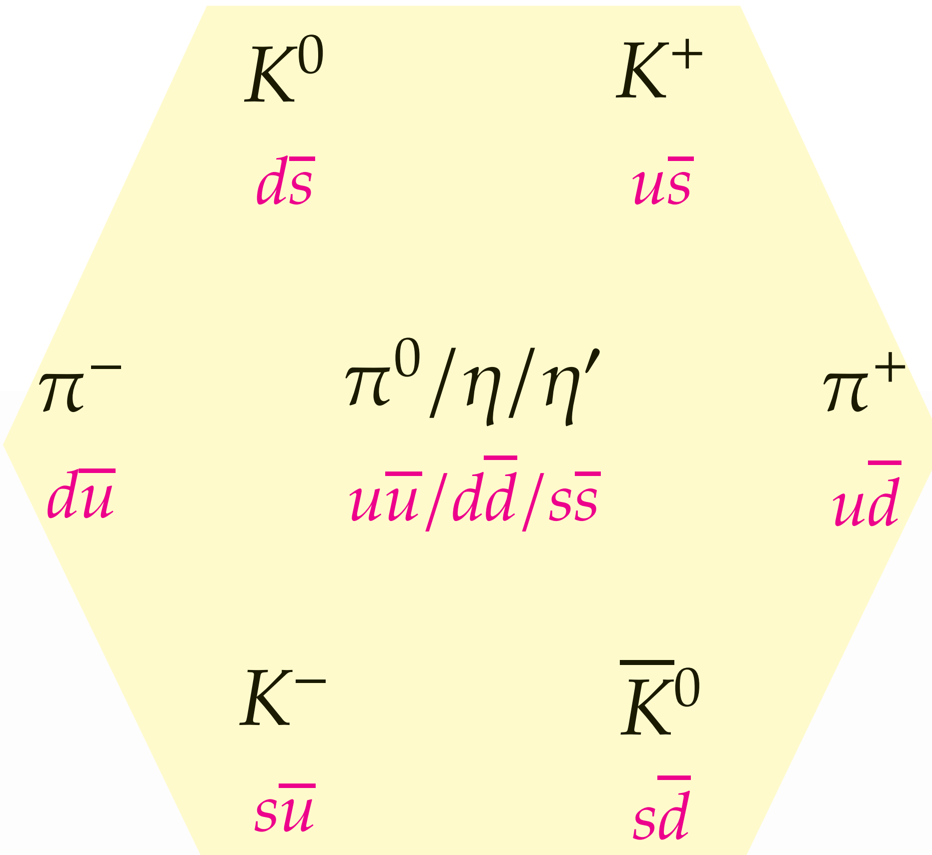
- 3 世代・6 種類のクォーク
  (フレーバーとも呼ぶ)
- 3 世代・6 種類のレプトン
- それぞれについて反粒子
  (ニュートリノについては未解決)
- 3 種類の力・ゲージ粒子
  - γ — 電磁相互作用
  - $Z, W^{\pm}$ — 弱い相互作用
  - g — 強い相互作用

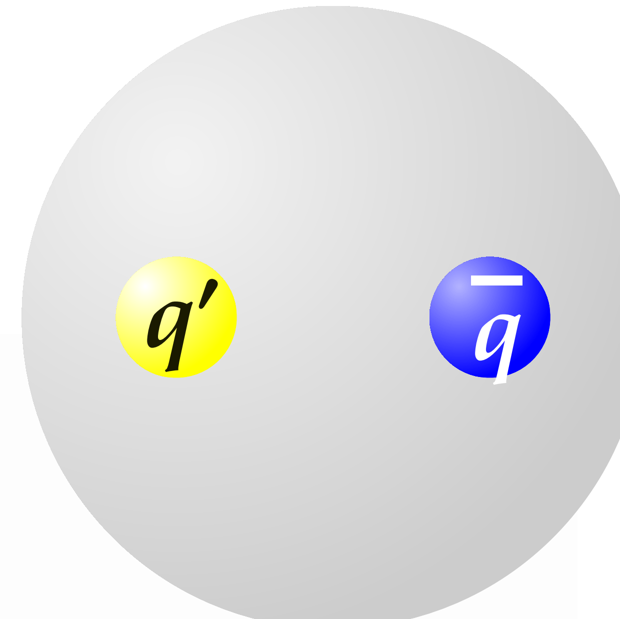
  (重力については含まれず)
- 未発見のヒッグス粒子



粒子と力と対称性

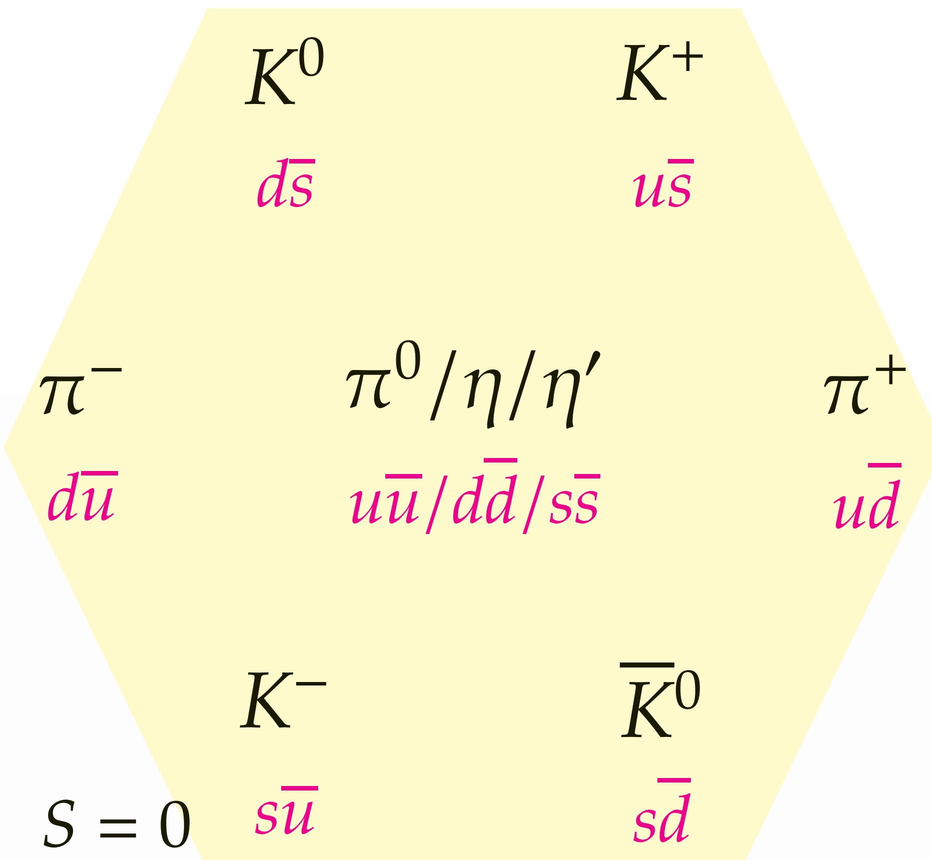
中間子

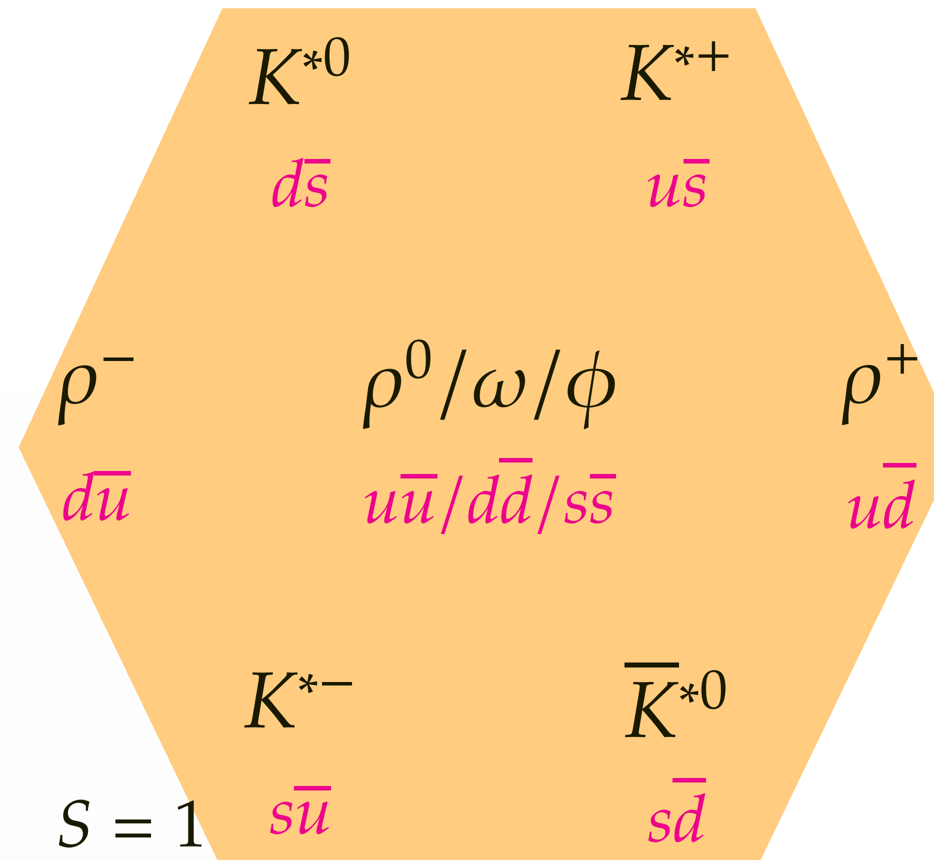




- 複合粒子 — クォーク・反クォークの束縛状態 (強い相互作用)
- クォーク: u の電荷は $+\frac{2}{3}$、d, s の電荷は $-\frac{1}{3}$
- $(u, d, s) \times (\bar{u}, \bar{d}, \bar{s})$ の 9 通りの組み合わせ

中間子





- 複合粒子 — クォーク・反クォークの束縛状態 (強い相互作用)
- クォーク: u の電荷は $+\frac{2}{3}$、d, s の電荷は $-\frac{1}{3}$、固有スピン $S = \frac{1}{2}$
- $(u, d, s) \times (\overline{u}, \overline{d}, \overline{s})$ の 9 通りの組み合わせ
- スピン $S = 0$ と $S = 1$ で異なる粒子 (質量・寿命が異なる)

中間子

	K^0 $d\overline{s}$	K^+ $u\overline{s}$
π^- $d\overline{u}$	$\pi^0/\eta/\eta'$ $u\overline{u}/d\overline{d}/s\overline{s}$	π^+ $u\overline{d}$
$S=0$	K^- $s\overline{u}$	$\overline{K}^0$ $s\overline{d}$

D^- $d\overline{c}$	$\overline{D}^0$ $u\overline{c}$
D^0 $c\overline{u}$	D^+ $c\overline{d}$
D_s^+ $c\overline{s}$	D_s^- $s\overline{c}$
η_c $c\overline{c}$	η_b $b\overline{b}$

B^0 $d\overline{b}$	B^+ $u\overline{b}$
B^- $b\overline{u}$	$\overline{B}^0$ $b\overline{d}$
$\overline{B}_s^0$ $b\overline{s}$	B_s^0 $s\overline{b}$
B_c^- $b\overline{c}$	B_c^+ $c\overline{b}$

- 複合粒子 — クォーク・反クォークの束縛状態 (強い相互作用)
- u,c の電荷は $+\frac{2}{3}$、d,s,b の電荷は $-\frac{1}{3}$、固有スピン $\frac{S=1}{2}$
- $(u,d,s,c,b)\times(\overline{u},\overline{d},\overline{s},\overline{c},\overline{b})$ で全 25 通り (t は短寿命で中間子にならない)
- スピン $S=0$ と $S=1$ で異なる粒子 (質量・寿命が異なる)

粒子を特徴づけるもの

- 質量 ⇔ エネルギー保存則
- スピン ⇔ 角運動量保存則
- さまざまな量子数
  - 電荷 (Q)
  - 荷電対称性 (C)
  - パリティ (P)
  - レプトン数 (L)
  - バリオン数 (B)
  - フレーバー
  - カラー
- 寿命
  - 重い粒子は量子数を保存しつつより軽い粒子へ崩壊してゆく
  - 対称性が厳密でないと、量子数を保存せずに崩壊 (ただし長寿命)

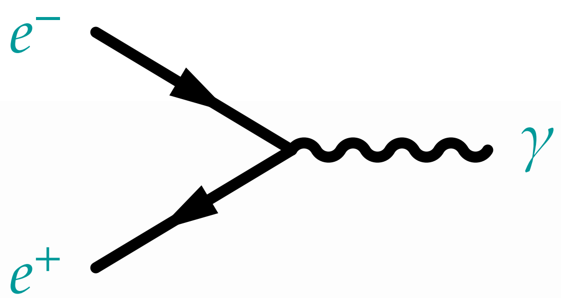
量子数は (基本的には) 保存

— 対称性 (とその破れ) が鍵

力とゲージ粒子

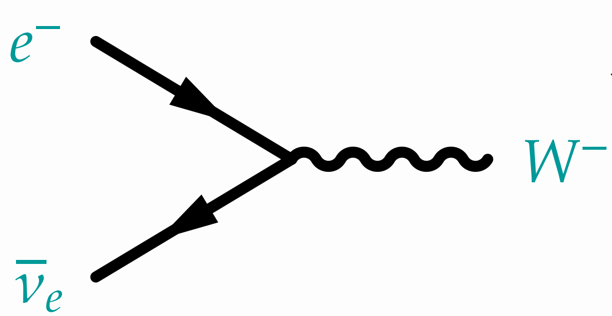
重力を除く 3 つの「力」は、スピン 1 をゲージ粒子により媒介される

- 電磁力 — 光子 (γ)、質量 0、電荷 0



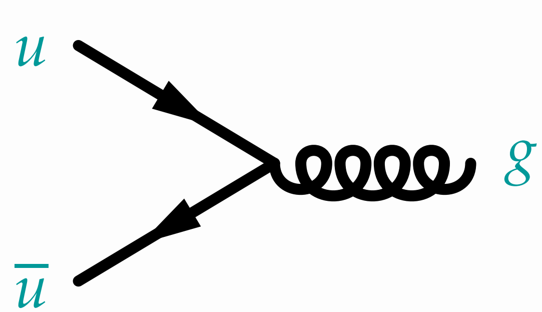
電荷と結合

- 弱い相互作用 — $W^\pm$、Z^0 ボゾン、質量 $O(100\ \text{GeV})$、電荷 $\pm 1, 0$



全てのフェルミオン、$W^\pm$、Z^0 ボゾンと結合

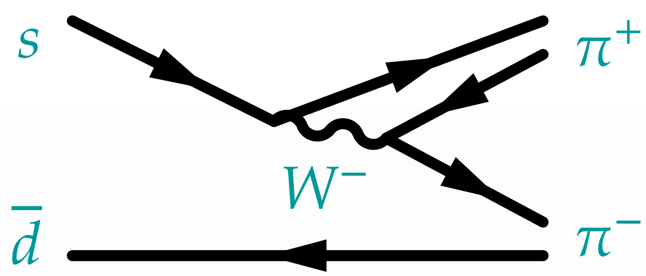
- 強い相互作用 — グルーオン、電荷 0、8 種類のカラー自由度



カラー (クォーク、グルーオン) と結合

中間子の崩壊

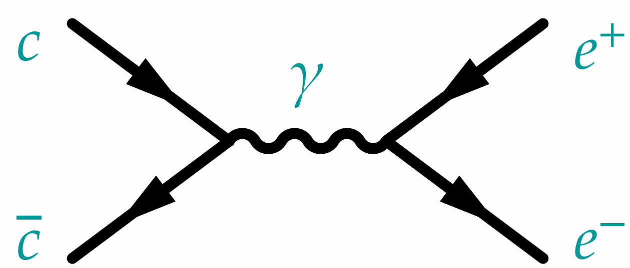
相互作用の「強さ」は、その相互作用を介する反応・生成断面積、崩壊の寿命 (崩壊幅) に現れる



弱い相互作用: 寿命 $O(10^{-8}\mathrm{s})$

崩壊時間を検出器で測れる

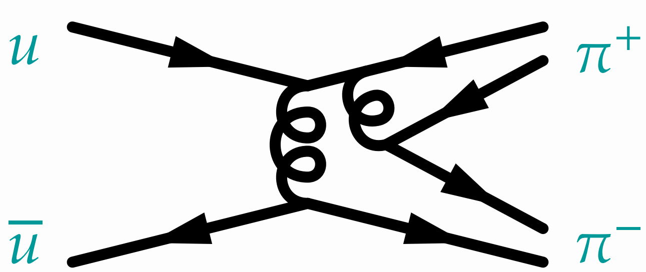
例: $\overline{K}^0 \to \pi^+\pi^-$, $B^0 \to J/\psi \to \overline{K}^0$



電磁相互作用: 寿命 $O(10^{-16}\mathrm{s})$

粒子・反粒子の対生成も

例: $J/\psi \to \mu^+\mu^-$, $\Upsilon(4S) \to e^+e^-$



強い相互作用: 寿命 $O(10^{-24}\mathrm{s})$

広い崩壊幅を持つ ($\Delta m \Delta t \sim \hbar/2$)

($\hbar = 6.582 \times 10^{-16}$ eVs)

例: $\rho^0 \to \pi^+\pi^-$, $\Upsilon(4S) \to B^0\overline{B}^0$

中性中間子 — クォーコニウム

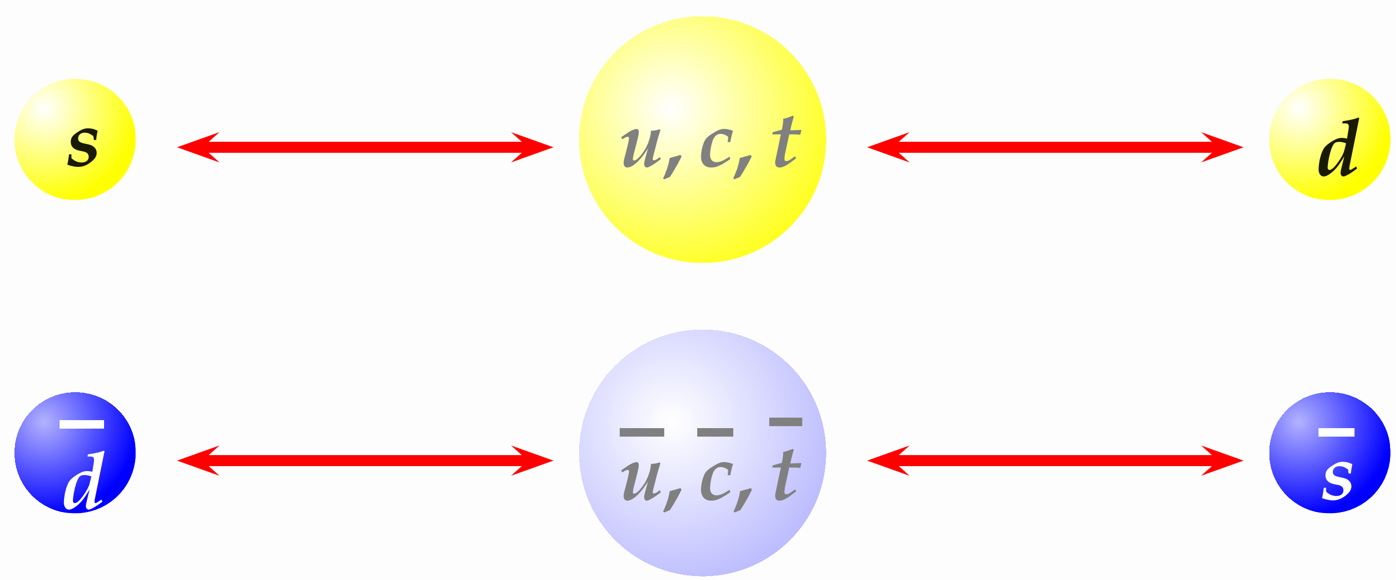
- クォーコニウム $u\bar{u}$、$d\bar{d}$、$s\bar{s}$、$c\bar{c}$、$b\bar{b}$ は電荷、フレーバーを持たない
  スピン 1 ($J^{PC} = 1^{--}$) のクォーコニウムは e^+e^- の対消滅から生成

- $c\bar{c}$ では J/ψ、$b\bar{b}$ では $\Upsilon(1S)$
  - クォークの対消滅で崩壊 — 寿命が長く、鋭い質量ピークで発見
  - 高次励起状態は、エネルギー保存が許すので強い相互作用で
    中間子・反中間子対に崩壊できる — (例: $\Upsilon(4S) \to B^0\overline{B}^0$)
    これが B ファクトリでの B 中間子生成方法

- $u\bar{u}$、$d\bar{d}$、$s\bar{s}$ は質量が近くまじりあう — (π^0、η、η')、(ρ^0、ω、ϕ)
  - $u\bar{u}$、$d\bar{d}$、$s\bar{s}$ の互いに直交する線型結合
  - π^0 と ρ^0 はほぼ $\frac{1}{\sqrt{2}}(u\bar{u} - d\bar{d})$ で、$s\bar{s}$ 成分はあっても極小さい
  - η と η' は $\frac{1}{\sqrt{3}}(u\bar{u} + d\bar{d} + s\bar{s})$ と $\frac{1}{\sqrt{6}}(u\bar{u} + d\bar{d} - 2s\bar{s})$ に近い
  - ω と ϕ は $\frac{1}{\sqrt{2}}(u\bar{u} + d\bar{d})$ と $s\bar{s}$ に近い

中性中間子 — クォーク混合

- $s\bar{d}$、$c\bar{u}$、$b\bar{d}$、$b\bar{s}$ は電荷を持たないが、フレーバーの量子数を持つ
- フレーバーを持つ中間子でも弱い相互作用のクォーク間遷移により、崩壊することなく中間子のクォーク成分が変化してよい
  - K^0 ($d\bar{s}$) と $\overline{K}^0$ ($s\bar{d}$) は質量、電荷は等しく、フレーバーのみ異なる
  - K^0 として生成されても $\overline{K}^0$ として崩壊・観測されることがあり崩壊するまではどの状態にいるかはわからない



- 中性 K 中間子はほぼ以下の重ね合わせの状態をとる

$$K_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}(K^0 + \overline{K}^0) = \frac{1}{\sqrt{2}}(\bar{s}d + \bar{d}s)$$

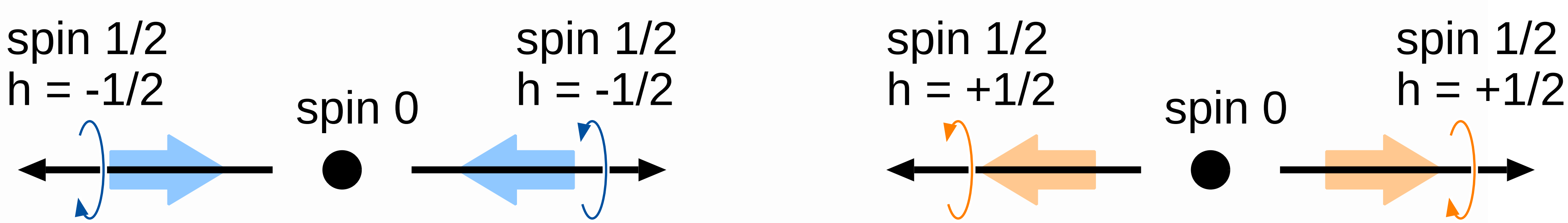
$$K_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}(K^0 - \overline{K}^0) = \frac{1}{\sqrt{2}}(\bar{s}d - \bar{d}s)$$

P、C、CP 対称性

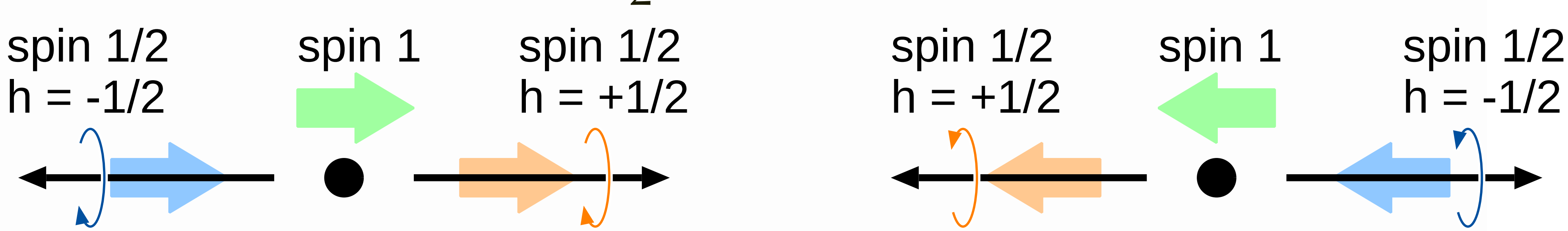
スピンとヘリシティ

- 運動する粒子の進行方向のスピン成分 $h = \vec{S} \cdot \vec{p}$
- スピン $\frac{1}{2}$ 粒子は $h = -\frac{1}{2}$ または $h = +\frac{1}{2}$、質量が 0 ならば保存する

- スピン 0 → 2 個のスピン $\frac{1}{2}$ 粒子



- スピン 1 → 2 個のスピン $\frac{1}{2}$ 粒子



パリティ変換

座標系を反転する変換 $P : \vec{x} \rightarrow -\vec{x}$
2 回反転すると元に戻る: $P^2 = 1$, 従って P の固有状態の固有値は ± 1

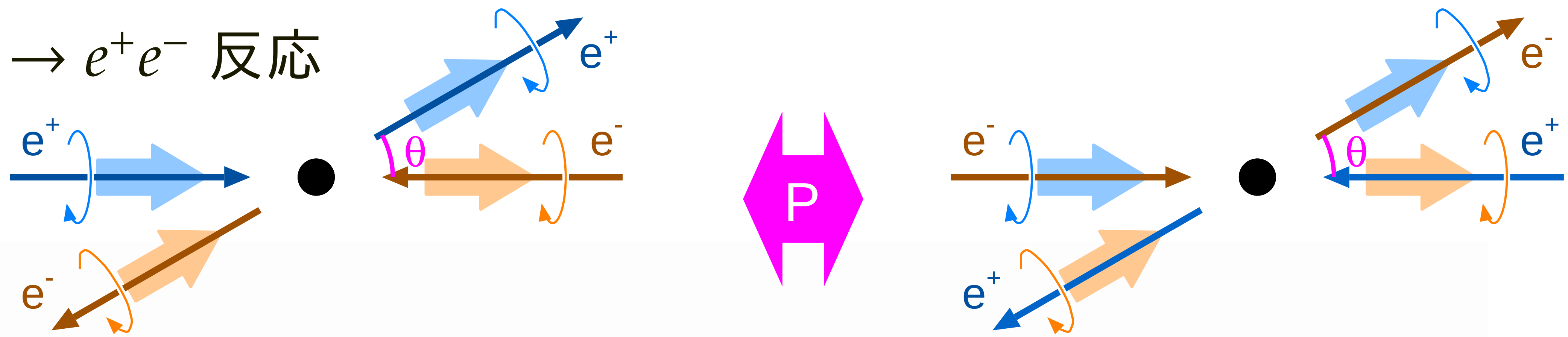
- **スカラー** (Scalar)
  $P : S(\vec{x}) \rightarrow S(-\vec{x}) = S(\vec{x})$ (固有値 $+1$、例: エネルギー E、電荷)
- **ベクトル** (Vector)
  $P : V(\vec{x}) \rightarrow V(-\vec{x}) = -V(\vec{x})$ (固有値 -1、例: 座標 $\vec{x}$、運動量 $\vec{p}$)
- **軸ベクトル** (Axial vector)
  $P : A(\vec{x}) \rightarrow A(-\vec{x}) = A(x)$ (固有値 $+1$、例: スピン S、角運動量 $\vec{x} \times \vec{p}$)
- **擬スカラー** (Pseudoscalar)
  $P : P(\vec{x}) \rightarrow P(-\vec{x}) = -P(\vec{x})$ (固有値 -1、例: ヘリシティ h、磁荷)

すべての Spin=0,1 の中間子は上のいずれかに分類されるが、
クォーク間の軌道角運動量を持たない (L=0) のものは P と V になる

相互作用とパリティ

- 電磁相互作用はパリティ変換に対して不変

$e^+e^- \to e^+e^-$ 反応



左右の場合で相互作用の大きさは変化しない

- 強い相互作用もパリティ変換に対して不変
- 強い相互作用、電磁相互作用で崩壊する中間子はパリティ変換の固有状態であり、「固有パリティ」を持つ

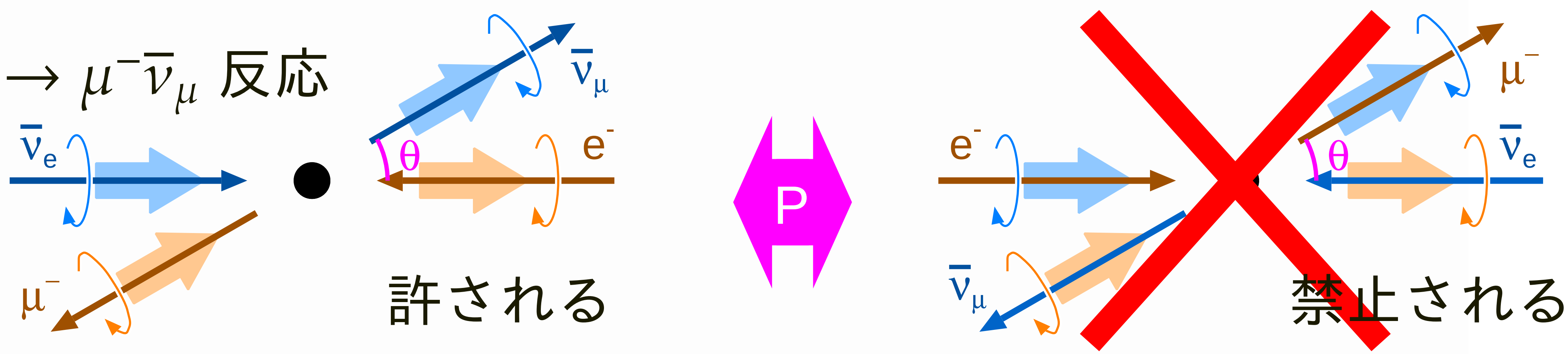
パリティの非保存

- 弱い相互作用をするレプトン・クォークは左巻きのみ ($h = -\frac{1}{2}$)
  弱い相互作用をする反レプトン・反クォークは右巻きのみ ($h = +\frac{1}{2}$)
- 質量のある粒子では、ローレンツ変換によって座標系を変えれば
  ヘリシティを反転できるが、質量 0 だとできない

$$\left[\begin{array}{l}\text{(反) ニュートリノは弱い相互作用しかしないので、} \\ \text{(右巻き) 左巻きのものしか知られていない。} \\ \text{逆巻きのニュートリノは観測にかからない}\end{array}\right]$$

- 従って、弱い相互作用はパリティ変換に対して不変ではない

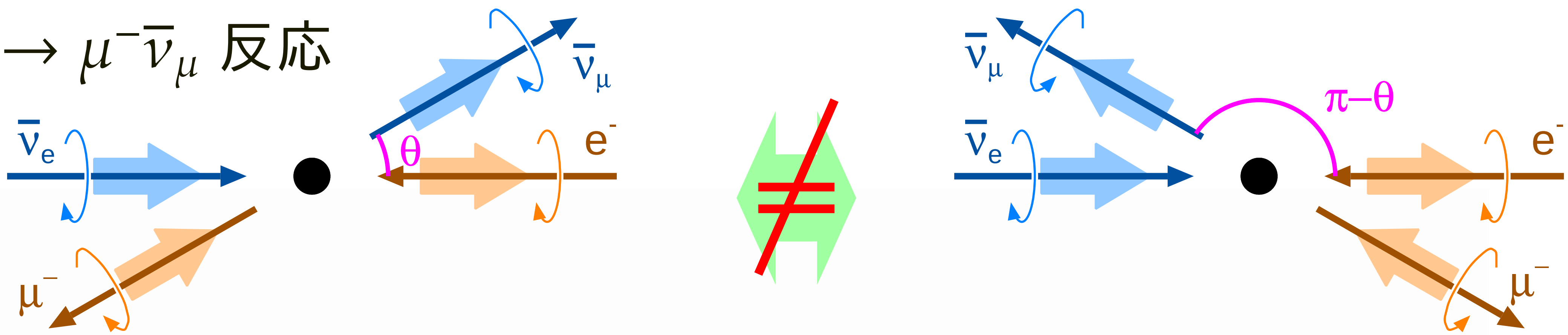
$e^-\overline{\nu}_e \to \mu^-\overline{\nu}_\mu$ 反応



弱い相互作用は、左巻き粒子 (右巻き反粒子) 間のみ働く

- 弱い相互作用は角分布に前後(上下)非対称性が出来る

$e^-\overline{\nu}_e \to \mu^-\overline{\nu}_\mu$ 反応



- 偏極させたコバルト60の β 崩壊(弱い相互作用、$^{60}\mathrm{Co} \to {}^{60}\mathrm{Ni}e^-\overline{\nu}_e$)
  電子の角分布の測定によりパリティ非保存を実証(1957年 C.S.Wu)

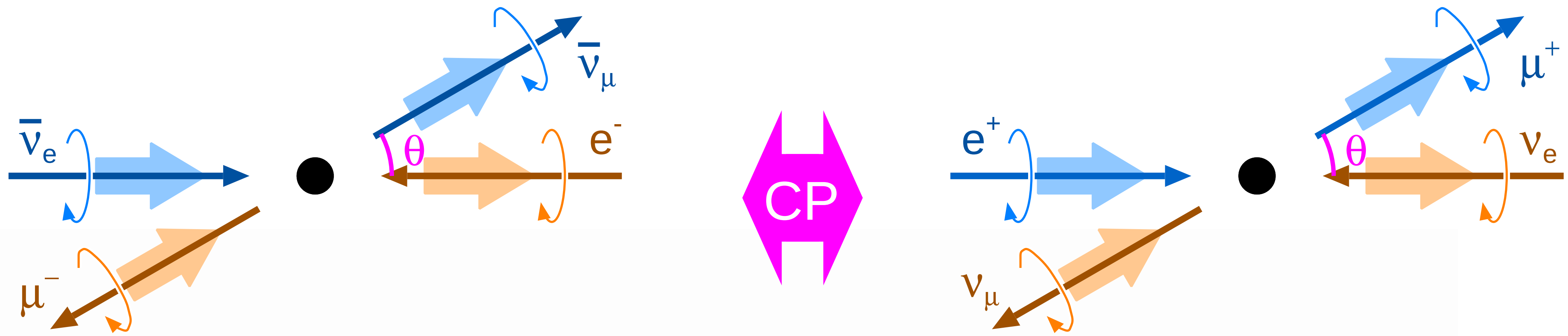
荷電共役変換

荷電を反転する変換 — 物質と反物質とを変換
2 回反転すると元に戻る: $C^2 = 1$, 従って C の固有状態の固有値は ± 1

- C:正電荷の粒子 → 負電荷の粒子
  C:負電荷の粒子 → 正電荷の粒子 — 粒子・反粒子の変換
- 電荷 0 の粒子に 2 種類の固有状態
  - 例えば光子の荷電変換の固有値は -1
- クォークは C の固有状態ではないが、中間子は固有状態になり得る
  - $\pi^0 = \frac{1}{\sqrt{2}}(u\bar{u} - d\bar{d})$ の荷電変換の固有値は $+1$

弱い相互作用と CP 変換

$e_L^-\overline{\nu}_e \to \mu_L^-\overline{\nu}_\mu$ $\qquad$ $e_R^+\nu_e \to \mu_R^+\nu_\mu$



- 左巻き (右巻き) 成分の粒子 (反粒子) しか弱い相互作用をしないことだけが問題ならば、C 変換や P 変換で相互作用の大きさが変わってしまったとしても、常に CP 変換の組で変換すれば相互作用の大きさは不変. . .

K 中間子の CP 非保存

- 中性 K 中間子以下の重ね合わせの状態は CP 固有状態

$$K_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}(K^0 + \overline{K}^0) = \frac{1}{\sqrt{2}}(\bar{s}_1 d_2 + \bar{d}_1 s_2)$$

$$K_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}(K^0 - \overline{K}^0) = \frac{1}{\sqrt{2}}(\bar{s}_1 d_2 - \bar{d}_1 s_2)$$

- 一方、実験的には
  $K^0_S \to \pi^+\pi^-$ (寿命が短い…というより普通)
  $K^0_L \to \pi^+\pi^-\pi^0$ (寿命が長い…位相空間が限られているため)
  の 2 種類
- 終状態は CP 固有状態 — $\pi^+\pi^-$ 系は CP +1、$\pi^+\pi^-\pi^0$ 系は CP −1
- しかし、中性 K 中間子の混合・崩壊は CP 変換に対して不変でない
  - 実験による CP 非保存の観測 — $K^0_L \to \pi^+\pi^-$ が存在する (1964 年 Cronin-Fitch)
  - 小林益川理論による CP 非保存を含む理論の定式化 (1973 年)
    弱い相互作用では CP が破れていることはもはや不思議ではない

CP 非保存と CPT 定理

- CP 変換にさらに時間 (T) 変換をほどこしたものは、より厳密な対称性をもつと考えられている
  - たとえば、粒子・反粒子の質量、全崩壊幅 (寿命) は等しい
- CPT 定理より $\Gamma = \overline{\Gamma}$ あるいは

$$\Gamma_1 + \Gamma_2 + \Gamma_3 + \cdots = \overline{\Gamma}_1 + \overline{\Gamma}_2 + \overline{\Gamma}_3 + \cdots$$

  - これは、$\Gamma_i = \overline{\Gamma}_i$ を保証するものではなく、弱い相互作用の CP 非対称性と矛盾しない

弱い相互作用と小林益川行列

弱い相互作用の定式化

- 相互作用のラグランジアンをカレントの積で表す
- フェルミオンは世代をすべてまとめて扱う

$$U = \begin{pmatrix} u \\ c \\ t \end{pmatrix}, D = \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}, L = \begin{pmatrix} e \\ \mu \\ \tau \end{pmatrix}, N = \begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \\ \nu_\tau \end{pmatrix}$$

- 電磁相互作用は、U, D, L のベクトル流と電磁場の相互作用

$$-ieJ_\mu^{em}A^\mu = -ie(\frac{2}{3}\overline{U}\gamma_\mu U + \frac{1}{3}\overline{D}\gamma_\mu D + \overline{L}\gamma_\mu L)A^\mu$$

- 弱い相互作用は、U_L と D_L, L_L と N_L の間の荷電流と $W^{\pm,\mu}$ の間の相互作用

$$\frac{-ig}{\sqrt{2}}J_\mu^\pm W^{\pm,\mu} = \frac{-ig}{\sqrt{2}}[(\overline{U}_L\gamma_\mu D_L + \overline{L}\gamma_\mu N_L)W^{+,\mu} + (\overline{D}_L\gamma_\mu U_L + \overline{N}\gamma_\mu L_L)W^{-,\mu}]$$

(ほかに Z ボソンを介する中性弱流もあるが、ここでは立ち入らない)

- しかし、このままでは

$$(\overline{u}_L\gamma_\mu d_L + \overline{c}_L\gamma_\mu s_L + \overline{t}_L\gamma_\mu b_L)W^{+\mu} + \text{h.c.}$$

となり、$s \to u$ や $b \to c$ 遷移は記述されない (h.c. はエルミート共役項)

- 質量・フレーバーの固有状態と弱い相互作用の固有状態は異なり、互いの間がユニタリ変換、

$$D_L \to D_L^w = \mathbf{T}_D D_L^m, \;\; U_L \to U_L^w = \mathbf{T}_U U_L^m$$

により変換されると考えることにより解決

- このとき、

$$\overline{U}_L\gamma^\mu D_L = \overline{U}_L^m \mathbf{T}_U^\dagger \gamma^\mu \mathbf{T}_D D_L^m = \overline{U}_L^m \gamma^\mu (\mathbf{T}_U^\dagger \mathbf{T}_D) D_L^m = \overline{U}_L^m \gamma^\mu \mathbf{V} D_L^m$$

V は対角行列である必要はないので、世代間遷移を実現

V はカビボ・小林・益川行列と呼ばれる

(3 クォークでの混合角はカビボ角)

小林益川行列によるクォーク遷移

標準理論 (SM) でのクォーク間の弱い相互作用

$$-\frac{g}{\sqrt{2}}\left(\overline{u}_L, \overline{c}_L, \overline{t}_L\right)\gamma^{\mu}W_{\mu}^{+}\mathbf{V}_{CKM}\begin{pmatrix} d_L \\ s_L \\ b_L \end{pmatrix} + \mathrm{h.c.}$$

Cabibbo-小林-益川 (CKM) のクォーク混合行列

$$\mathbf{V}_{CKM} = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix}$$

小林益川行列の性質 1

ユニタリティ条件: $\mathbf{V}^\dagger\mathbf{V} = \mathbf{1}$

- $\mathbf{V}$ は 3×3 の複素行列なので、18 個の実数の独立変数
- ユニタリティ条件は、9 個の制約を与える

$$\mathbf{V}^\dagger\mathbf{V} = \begin{pmatrix} V^*_{ud} & V^*_{cd} & V^*_{td} \\ V^*_{us} & V^*_{cs} & V^*_{ts} \\ V^*_{ub} & V^*_{cb} & V^*_{tb} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

- クォークの波動関数の位相は自由に取ってよいので、

$$\mathbf{V} \to e^{i\delta_1}\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & e^{i\delta_2} & 0 \\ 0 & 0 & e^{i\delta_3} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & e^{i\delta_4} & 0 \\ 0 & 0 & e^{i\delta_5} \end{pmatrix}$$

$1 + (3-1)\times 2 = 5$ 個の位相は任意に取ってよい

- 18 - 9 - 5 で残るのは 4 つの独立な変数
- $\mathbf{V}$ が実行列ならば、9 個の実変数に $\mathbf{V}^T\mathbf{V} = \mathbf{1}$ から 6 個の制約で、3 個の変数が独立 — 3 次元空間での回転行列と等価 (オイラー角)
- 従って、独立な 4 変数の残り 1 個は複素位相
- $N \times N$ 複素行列では、$2N^2 - N^2 - (2N-1) = (N-1)^2$ の変数が独立
$N \times N$ 実行列では、$N^2 - \frac{1}{2}N(N+1) = \frac{1}{2}N(N-1)$ の変数が独立
従って、独立位相は $\frac{1}{2}(N-2)(N-1)$
- 例えばクォークが 2 世代ならば、複素位相は生じない
例えばクォークが 4 世代ならば、複素位相は 3 個
- CP 変換によって $\mathbf{V} \to \mathbf{V}^\dagger$ なので複素位相は符号を反転
この複素位相が CP 非保存を生じさせる

小林益川行列の性質 2

- 弱い相互作用の複素位相はなかなか観測量には表われない

観測量: $CP: |Ae^{i\phi}|^2 = |A|^2 \longrightarrow |Ae^{-i\phi}|^2 = |A|^2$ (CP は保存)

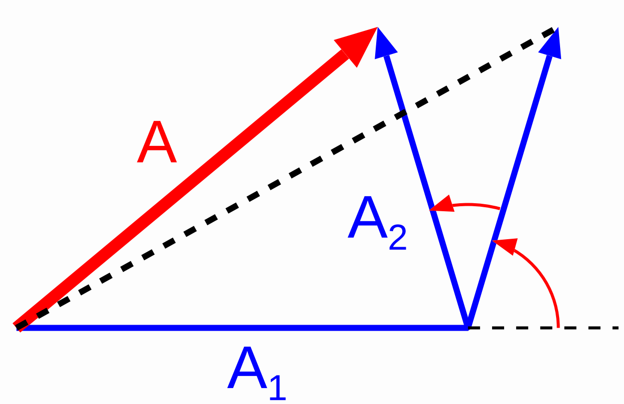
- 一方強い相互作用にも複素位相はあり、CP 変換に対して不変

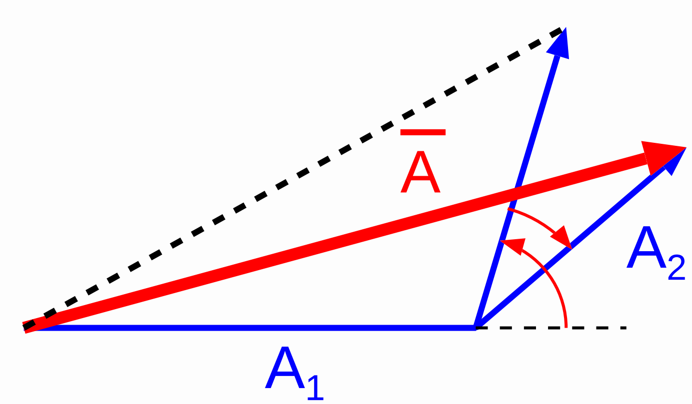
観測量: $CP: |Ae^{i\delta}|^2 = |A|^2 \longrightarrow |Ae^{i\delta}|^2 = |A|^2$ (CP は保存)

- 位相が観測量には表われるためには干渉が必要

観測量: $CP: |A_1 + A_2 e^{i\phi} e^{i\delta}|^2 = |A|^2 \longrightarrow |A_1 + A_2 e^{-i\phi} e^{i\delta}|^2 \neq |A|^2$

(観測量の CP 対称性は保存していない)





小林益川行列の性質 3

ユニタリティ条件: $\mathbf{V}^{\dagger}\mathbf{V} = \mathbf{1}$

- 中性流の場合には非対角成分は生じない

$$U_L \gamma_\mu U_L \to U_L \gamma_\mu U_L, \quad D_L \gamma_\mu D_L \to D_L \mathbf{V}^{\dagger} \gamma_\mu \mathbf{V} D_L = D_L \gamma_\mu D_L$$

従って (直接には) 世代を越える同電荷のクォーク遷移は起きない
(これは GIM メカニズムと呼ばれる)

- クォークが何世代あっても変わらない
(GIM メカニズムは、u, d, s しか知られていないときに提唱された)

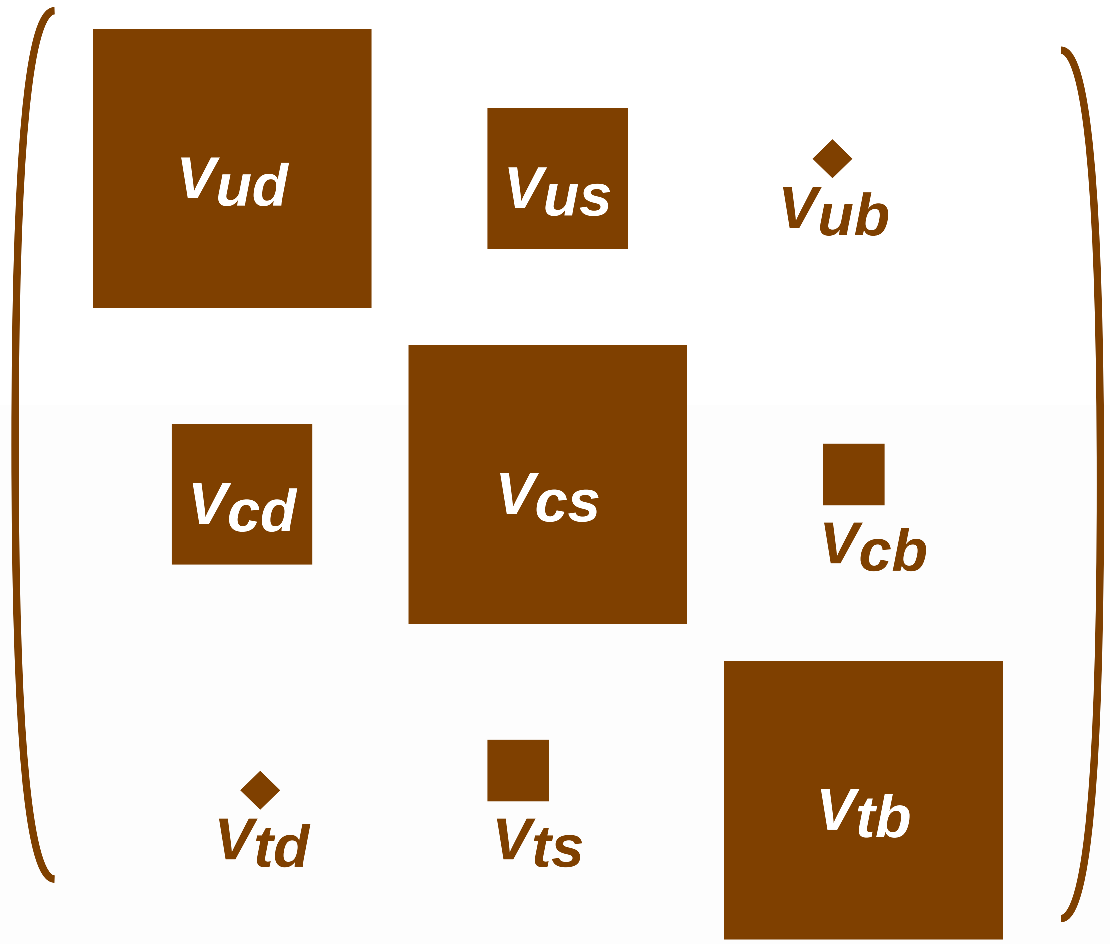
- 2 段階遷移ではフレーバーを変える中性流が可能

$$\begin{tikzcd}
 & u \arrow[dr] & \\
b \arrow[ur] \arrow[r] \arrow[dr] & c \arrow[r] & d \\
 & t \arrow[ur] &
\end{tikzcd}$$

ただし、中間段階でフレーバー対称性が破られていないと結局
GIM メカニズムが働く

小林益川行列の性質 4

$\mathbf{V}_{CKM} =$



小林益川行列要素は
実験で決めるしかない

$$= \begin{pmatrix} 1-\frac{\lambda^2}{2} & \lambda & A\lambda^3(\rho - i\eta) \\ -\lambda & 1-\frac{\lambda^2}{2} & A\lambda^2 \\ A\lambda^3(1-\rho-i\eta) & -A\lambda^2 & 1 \end{pmatrix} + \mathcal{O}(\lambda^4)$$

(Wolfenstein パラメタ)

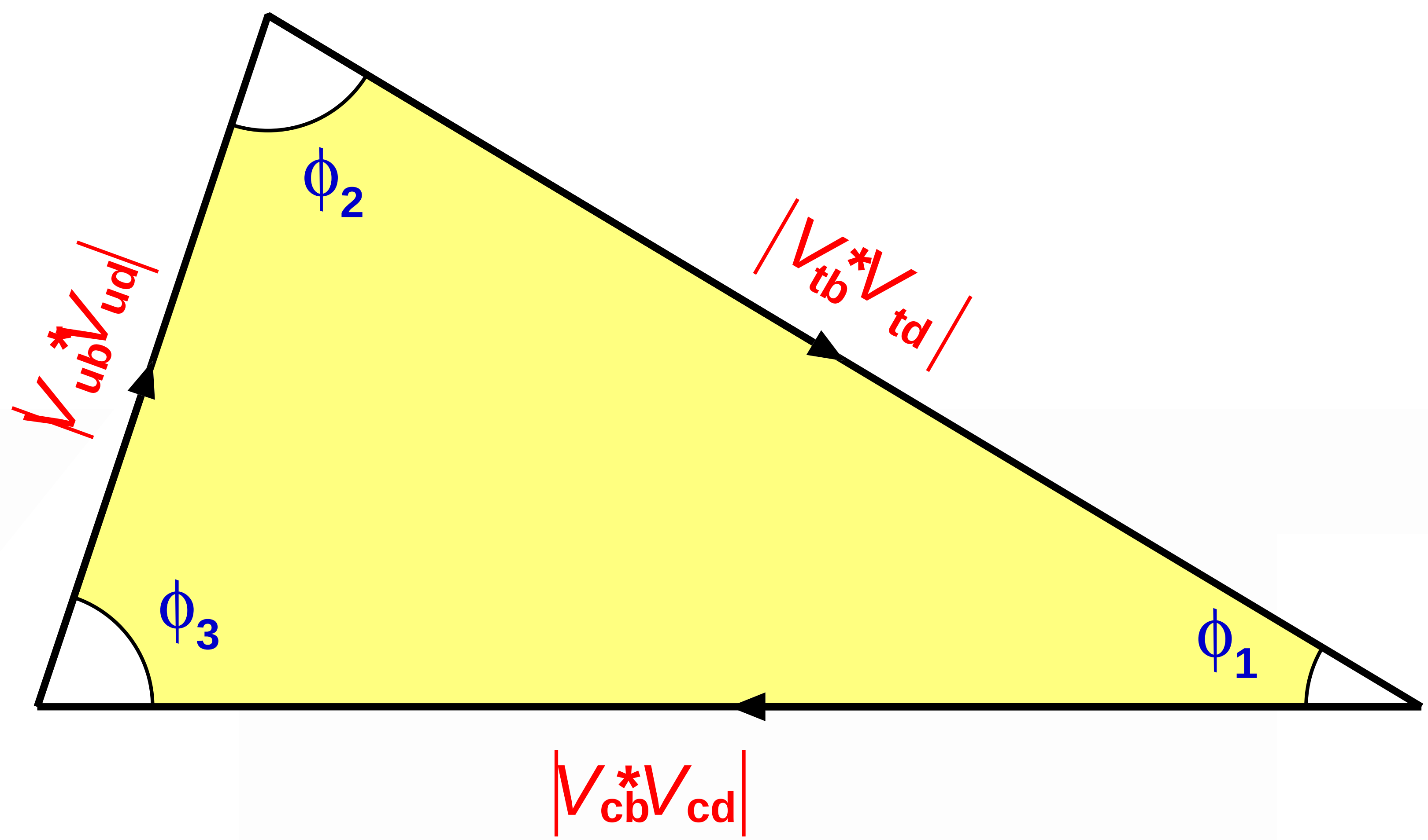
- $\lambda \sim 0.2$
- $A \sim O(1)$
- $\rho \sim O(1)$
- $\eta \sim O(1)$

- 対角成分は 1 に近い — 同世代間の遷移振幅が最も大きい
  c、t は主に同世代の s、b に崩壊
- 対角成分から離れるほど小さくなっている —
  b は主に 1 つ下の c に崩壊
- $V_{us} : V_{cs} : V_{cb} = \lambda : 1 : \lambda^2$ はそれぞれ
  s, c, b, t クォークの寿命を決める要因
  $\Rightarrow$ K, D, B 中間子の寿命を決める要因
- V_{cb} は λ ではなく λ^2
  V_{cb} が 小さいことにより、B 中間子の寿命が長い
- 複素位相は一番小さい成分 V_{td} と V_{ub} に入っているので、ほとんどのクォーク遷移では目立たない存在

なぜこのようなパターンが生じるのか、標準模型は答を用意していない

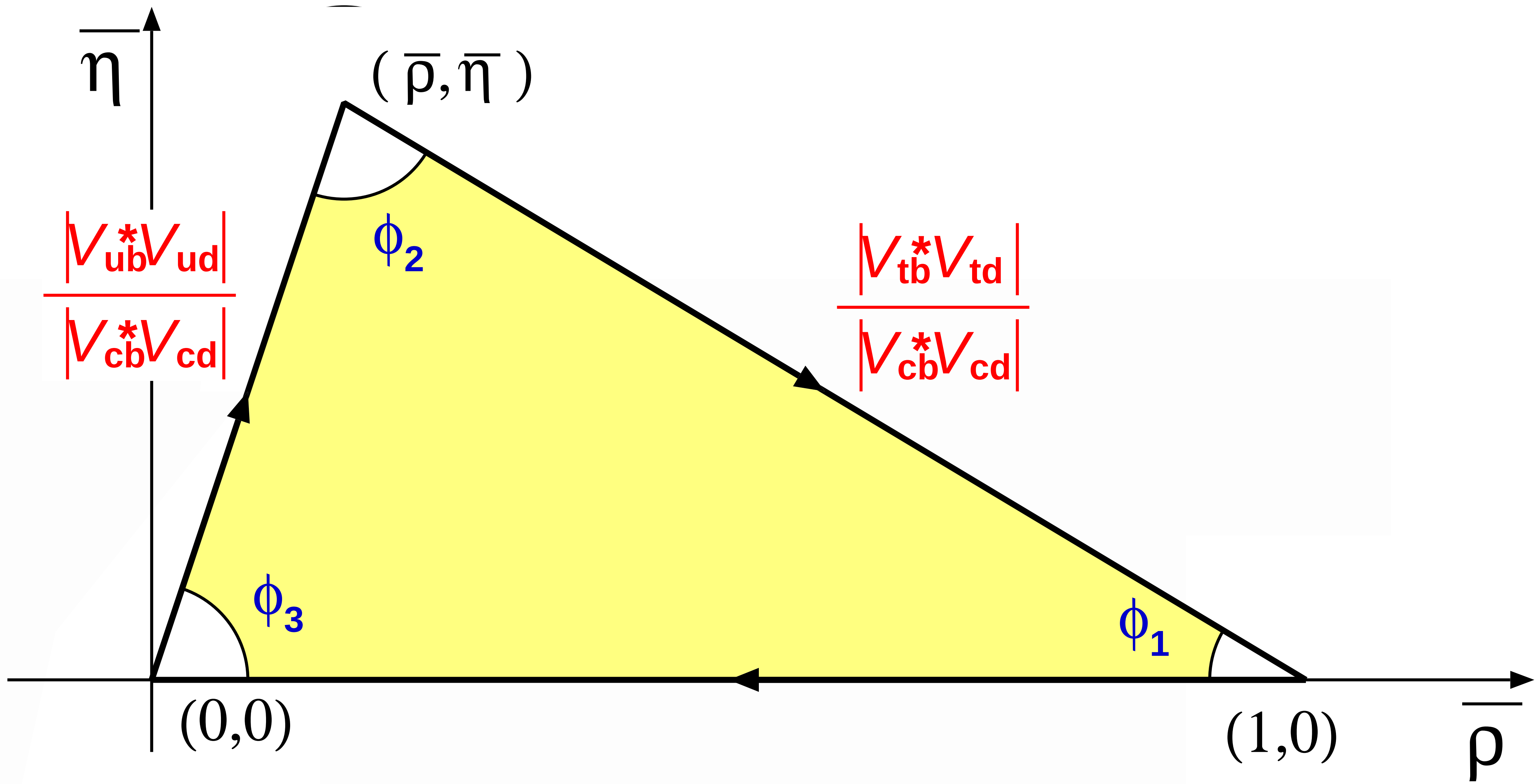
小林益川行列の性質 5

- 非対角成分のユニタリティ条件は複素平面上の 6 個の三角形で表わすことができる
- 各辺の大きさは λ を使って見積ることができる
  1. $V_{us}^* V_{ud} + V_{cs}^* V_{cd} + V_{ts}^* V_{td} = 0$ (s-d 三角形)
  2. $V_{ud}^* V_{us} + V_{cd}^* V_{cs} + V_{td}^* V_{ts} = 0$ (d-s 三角形)
     $(\lambda) \quad (\lambda) \quad (\lambda^5) \quad \sim 1 : 1 : (0.2)^4$
  3. $V_{ub}^* V_{us} + V_{cb}^* V_{cs} + V_{tb}^* V_{ts} = 0$ (b-s 三角形)
  4. $V_{us}^* V_{ub} + V_{cs}^* V_{cb} + V_{ts}^* V_{tb} = 0$ (s-b 三角形)
     $(\lambda^4) \quad (\lambda^2) \quad (\lambda^2) \quad \sim (0.2)^2 : 1 : 1$
  5. $V_{ub}^* V_{ud} + V_{cb}^* V_{cd} + V_{tb}^* V_{td} = 0$ (b-d 三角形)
  6. $V_{ud}^* V_{ub} + V_{cd}^* V_{cb} + V_{td}^* V_{tb} = 0$ (d-b 三角形)
     $(\lambda^3) \quad (\lambda^3) \quad (\lambda^3) \quad \sim 1 : 1 : 1$
- 三角形らしく見えるのは b-d 三角形だけ



- 3 つの角度

$$\phi_1 = \arg\left(-\frac{V_{cb}^*V_{cd}}{V_{tb}^*V_{td}}\right),\ \phi_2 = \arg\left(-\frac{V_{tb}^*V_{td}}{V_{ub}^*V_{ud}}\right),\ \phi_3 = \arg\left(-\frac{V_{ub}^*V_{ud}}{V_{cb}^*V_{cd}}\right)$$



- $\overline{\rho} = \rho/(1-\lambda^2/2), \overline{\eta} = \eta/(1-\lambda^2/2)$

B 中間子混合と CP 対称性の破れ

中性中間子崩壊

- 中性中間子 $P^0 = (K^0, D^0, B^0, B_s^0)$ と $\overline{P}^0 = (\overline{K}^0, \overline{D}^0, \overline{B}^0, \overline{B}_s^0)$ は同じハドロン終状態に崩壊することができる。例えば、

$$\begin{array}{ll} K^0 \to \pi^+\pi^- & K^0 \to \pi^+\pi^-\pi^0 \\ \overline{K}^0 \to \pi^+\pi^- & \overline{K}^0 \to \pi^+\pi^-\pi^0 \\ (\mathrm{CP}=+1) & (\mathrm{CP}=-1) \end{array}$$

- CP 固有状態は、状態の重ね合せで表すことができる

CP= +1: $P_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}(P^0 + \overline{P}^0)$, CP= −1: $P_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}(P^0 - \overline{P}^0)$

- CP を保存する相互作用では P_1、P_2 は混合しない

$$-i(\partial/\partial t)P_1(t) = (m_1 - i\Gamma_1/2)P_1(t) \;\to\; P_1(t) = e^{-i(m_1 - i\Gamma_1/2)t}P_1(0)$$

$$-i(\partial/\partial t)P_2(t) = (m_2 - i\Gamma_2/2)P_2(t) \;\to\; P_2(t) = e^{-i(m_2 - i\Gamma_2/2)t}P_2(0)$$

- 書きかえると、

$$P^0(t) + \overline{P}^0(t) = e^{-i(m_1 - i\Gamma_1/2)t}[P^0(0) + \overline{P}^0(0)]$$
$$P^0(t) - \overline{P}^0(t) = e^{-i(m_1 - i\Gamma_1/2)t}[P^0(0) - \overline{P}^0(0)]$$

- これを解いて、$P^0(t)$ と $\overline{P}^0(t)$ に分けると、

$$P^0(t) = \frac{1}{2}\left(e^{-i(m_1 - i\frac{\Gamma_1}{2})t} + e^{-i(m_2 - i\frac{\Gamma_2}{2})t}\right)P^0(0) + \frac{1}{2}\left(e^{-i(m_1 - i\frac{\Gamma_1}{2})t} - e^{-i(m_2 - i\frac{\Gamma_2}{2})t}\right)\overline{P}^0(0)$$
$$\overline{P}^0(t) = \frac{1}{2}\left(e^{-i(m_1 - i\frac{\Gamma_1}{2})t} - e^{-i(m_2 - i\frac{\Gamma_2}{2})t}\right)P^0(0) - \frac{1}{2}\left(e^{-i(m_1 - i\frac{\Gamma_1}{2})t} + e^{-i(m_2 - i\frac{\Gamma_2}{2})t}\right)\overline{P}^0(0)$$

- 時刻 0 で P^0 の状態は、時刻 t で $|P^0(0) \to \overline{P}^0(t)|^2$

$$= \frac{1}{4}\left|e^{-i(m_1 - i\frac{\Gamma_1}{2})t} - e^{-i(m_2 - i\frac{\Gamma_2}{2})t}\right|^2 = \frac{1}{4}\left[\left(e^{-\Gamma_1 t} + e^{-\Gamma_2 t}\right) - 2e^{-\frac{\Gamma_1+\Gamma_2}{2}t}\cos\Delta m t\right]$$

と、$\overline{P}^0(0)$ に変わってしまう成分を持つ — 中間子混合

完渉項の成分: $\left[e^{+i(m_1 + i\frac{\Gamma_1}{2})t}e^{-i(m_2 - i\frac{\Gamma_2}{2})t} + e^{+i(m_2 + i\frac{\Gamma_2}{2})t}e^{-i(m_1 - i\frac{\Gamma_1}{2})t} = 2e^{-\frac{\Gamma_1+\Gamma_2}{2}t}\cos((m_1 - m_2)t)\right]$

$$|P^0(0) \to \overline{P}^0(t)|^2 = \frac{e^{-\Gamma t}}{4}\left[\left(e^{-\frac{\Delta\Gamma}{2}t} + e^{+\frac{\Delta\Gamma}{2}t}\right) - 2\cos\Delta m t\right]$$

$$|P^0(0) \to P^0(t)|^2 = \frac{e^{-\Gamma t}}{4}\left[\left(e^{-\frac{\Delta\Gamma}{2}t} + e^{+\frac{\Delta\Gamma}{2}t}\right) + 2\cos\Delta m t\right]$$

$$\left(\begin{array}{c} \Delta m = m_2 - m_1 \\ \Delta\Gamma = \Gamma_1 - \Gamma_2 \\ \Gamma = (\Gamma_1 + \Gamma_2)/2 \end{array}\right)$$

- 中間子混合には $\Delta m \neq 0$ または $\Delta\Gamma \neq 0$ が必要（どちらかだけでよい）
- $\Delta m \neq 0, \Delta\Gamma = 0$ の場合は振動

$$|P^0(0) \to \overline{P}^0(t)|^2 = \frac{e^{-\Gamma t}}{2}(1 - \cos\Delta m t), \quad | \to P^0(t)|^2 = \frac{e^{-\Gamma t}}{2}(1 + \cos\Delta m t)$$

- $\Delta\Gamma \neq 0, \Delta m = 0$ の場合は収束 $(\tanh x \to 1)$

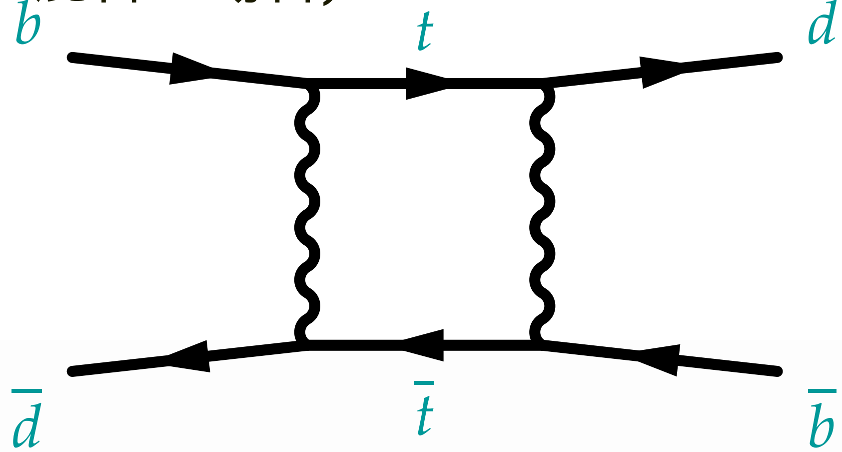
$$|P^0(0) \to \overline{P}^0(t)|^2 = e^{-\Gamma t}\sinh^2\frac{\Delta\Gamma}{4}t, \quad | \to P^0(t)|^2 = e^{-\Gamma t}\cosh^2\frac{\Delta\Gamma}{4}t$$

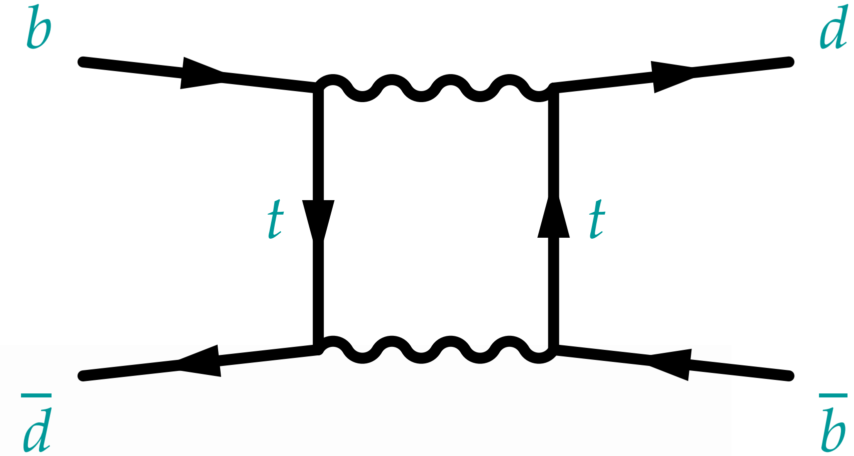
- これらの振動 (Δm)・収束 $(\Delta\Gamma)$ の大きさは、崩壊 (Γ) との比較に意味

$$\frac{\Delta m}{\Gamma}, \quad \frac{\Delta\Gamma}{\Gamma}$$

小林益川行列による中間子混合

(B^0-$\overline{B}^0$ 混合の場合)





- フレーバー変換中性流により混合が起きる
- トップクォークが非常に重いため、$B_{(s)}$ 中間子での混合は大きい
  逆に、ボトムクォークは重くないため、D 中間子での混合は小さい
- その他に、混合の大きさは小林益川行列要素の大きさで決まる

$$K^0 \quad \Delta m \sim (V^*_{ts}V_{td})^2 \sim \lambda^{10} \qquad B^0 \quad \Delta m \sim (V^*_{tb}V_{td})^2 \sim \lambda^6$$
$$D^0 \quad \Delta m \sim (V_{cb}V^*_{ub})^2 \sim \lambda^{10} \qquad B^0_s \quad \Delta m \sim (V^*_{tb}V_{ts})^2 \sim \lambda^4$$

- 絶対値の 2 乗でないことに注意! — 複素位相が残る
  中間子混合は CP 非対称性の絶好の実験場

K^0, D^0, B^0, B_s^0 中間子混合

- K^0-$\overline{K}^0$ 混合 — $x = \Delta m/2\Gamma \sim 0.5$, $y = \Delta\Gamma/2\Gamma \sim 0.5$
  3π の終状態は残された位相空間が小さいので、2π の場合よりも崩壊振幅が小さい (=寿命が長い… K_L^0 と K_S^0 として知られてる)
- D^0-$\overline{D}^0$ 混合 — $x = \Delta m/2\Gamma \ll 1$, $y = \Delta\Gamma/2\Gamma \ll 1$
  GIM メカニズムが効いて、Δm は小
  $D^0 \to$ CP 状態への分岐比は数%、$\Delta\Gamma$ も小
- B^0-$\overline{B}^0$ 混合 — $x = \Delta m/2\Gamma \sim 1$, $y = \Delta\Gamma/2\Gamma \ll 1$
  トップクォークが重いので、GIM メカニズムが効かず、Δm は大
  $B^0 \to$ CP 状態への分岐比がとても小さいので、$\Delta\Gamma$ は小
- B_s^0-$\overline{B}_s^0$ 混合 — $x = \Delta m/2\Gamma \gg 1$, $y = \Delta\Gamma/2\Gamma \sim O(10\%)$
  トップクォークが重い上、$b \to s$ 遷移振幅が大きいので、Δm は特大
  $B_s^0 \to$ CP 状態への分岐比は比較的あるので、$\Delta\Gamma$ は小さくない

中間子混合での CP 非保存 (mixing induced CP violation)

フレーバー固有状態 P^0 と $\overline{P}^0$ に対して $\dfrac{\partial}{\partial t}\begin{pmatrix} P^0(t) \\ \overline{P}^0(t) \end{pmatrix} = H \begin{pmatrix} P^0(t) \\ \overline{P}^0(t) \end{pmatrix}$ で、

$$H = \begin{pmatrix} m_{11} - \frac{i}{2}\Gamma_{11} & m_{12} - \frac{i}{2}\Gamma_{12} \\ m_{21} - \frac{i}{2}\Gamma_{21} & m_{22} - \frac{i}{2}\Gamma_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m_{11} - \frac{i}{2}\Gamma_{11} & m_{12} - \frac{i}{2}\Gamma_{12} \\ m^*_{12} - \frac{i}{2}\Gamma^*_{12} & m_{11} - \frac{i}{2}\Gamma_{11} \end{pmatrix}$$

(一般的な場合)　　　　(CPT は保存)

と質量行列を一般的な形で書ける。対角化した解を一般的な形で

$$P_1 = pP^0 + q\overline{P}^0, \quad P_2 = pP^0 - q\overline{P}^0 \qquad \left[P^0 = \frac{1}{2p}(P_1 + P_2), \quad \overline{P}^0 = \frac{1}{2q}(P_1 - P_2) \right]$$

と書ける。このとき質量行列の固有値は、

$$m_1 - \frac{i}{2}\Gamma_1 = \left(m_{11} - \frac{i}{2}\Gamma_{11}\right) + \frac{q}{p}\left(m_{12} - \frac{i}{2}\Gamma_{12}\right), \quad m_2 - \frac{i}{2}\Gamma_2 = \left(m_{11} - \frac{i}{2}\Gamma_{11}\right) - \frac{q}{p}\left(m_{12} - \frac{i}{2}\Gamma_{12}\right)$$

$$\left(\frac{q}{p}\right)^2 = \frac{m^*_{12} - \frac{i}{2}\Gamma^*_{12}}{m_{12} - \frac{i}{2}\Gamma_{12}}, \quad \frac{q}{p} = \pm\sqrt{\frac{m^*_{12} - \frac{i}{2}\Gamma^*_{12}}{m_{12} - \frac{i}{2}\Gamma_{12}}}, \qquad \begin{aligned} P_1(t) &= e^{-i(m_1 - \frac{i}{2}\Gamma_1)t} P_1(0) \\ P_2(t) &= e^{-i(m_2 - \frac{i}{2}\Gamma_2)t} P_2(0) \end{aligned}$$

P^0 と $\overline{P}^0$ の時間発展は、

$$
\begin{aligned}
P^0(t) &= \frac{1}{2p}\left[P_1(t)+P_2(t)\right] \\
&= \frac{1}{2p}\left[e^{-i(m_1-\frac{i}{2}\Gamma_1)t}P_1(0)+e^{-i(m_2-\frac{i}{2}\Gamma_2)t}P_2(0)\right] \\
&= \frac{1}{2}\left[e^{-i(m_1-\frac{i}{2}\Gamma_1)t}+e^{-i(m_2-\frac{i}{2}\Gamma_2)t}\right]P^0+\frac{1}{2}\frac{q}{p}\left[e^{-i(m_1-\frac{i}{2}\Gamma_1)t}-e^{-i(m_2-\frac{i}{2}\Gamma_2)t}\right]\overline{P}^0 \\
&= f_+P^0+\frac{q}{p}f_-\overline{P}^0 \\
\overline{P}^0(t) &= f_+\overline{P}^0+\frac{p}{q}f_-P^0 \quad \text{（同様にもとめる）}
\end{aligned}
$$

ここで、$\left(f_\pm=\dfrac{1}{2}\left[e^{-i(m_1-\frac{i}{2}\Gamma_1)t}\pm e^{-i(m_2-\frac{i}{2}\Gamma_2)t}\right]=\dfrac{1}{2}e^{-i(m_1-\frac{i}{2}\Gamma_1)t}\left[1\pm e^{-i(\Delta m-\frac{i}{2}\Delta\Gamma)t}\right]\right)$

ここで時刻 t で P^0 と $\overline{P}^0$ の同じ終状態 f への崩壊を考える。崩壊振幅は、A_f と $\overline{A}_f$

$$
\begin{aligned}
\Gamma(P^0(t)\to f) &\propto |f_+P^0A_f+\frac{q}{p}f_-\overline{P}^0\overline{A}_f|^2 \\
&= |f_+|^2|A_f|^2+|f_-|^2\left|\frac{q}{p}\overline{A}_f\right|^2+2\mathrm{Re}\left[f_+^*f_-\left(\frac{q}{p}\right)A_f^*\overline{A}_f\right] \\
\Gamma(\overline{P}^0(t)\to f) &\propto |f_+|^2|\overline{A}_f|^2+|f_-|^2\left|\frac{p}{q}A_f\right|^2+2\mathrm{Re}\left[f_+^*f_-\left(\frac{p}{q}\right)\overline{A}_f^*A_f\right]
\end{aligned}
$$

簡単のため、

$$
\begin{aligned}
|f_\pm|^2 &= \frac{1}{4}e^{-\Gamma_1 t}\left(1 + e^{\Delta\Gamma t} \pm 2e^{\frac{1}{2}\Delta\Gamma t}\cos\Delta m t\right) = \frac{1}{4}e^{-\Gamma_1 t}K_\pm \\
f_+^* f_- &= \frac{1}{4}e^{-\Gamma_1 t}\left(1 - e^{\Delta\Gamma t} + 2ie^{\frac{1}{2}\Delta\Gamma t}\sin\Delta m t\right) = \frac{1}{4}e^{-\Gamma_1 t}L^* \\
\overline{\rho}_f &= \overline{A}_f / A_f = 1/\rho_f
\end{aligned}
$$

とおくと、

$$
\begin{aligned}
\Gamma(P^0(t) \to f) &\propto e^{-\Gamma_1 t}|A_f|^2\left[K_+ + \left|\frac{q}{p}\overline{\rho}_f\right|^2 K_- + 2\mathrm{Re}\left(\frac{q}{p}\overline{\rho}_f L^*\right)\right] \\
\Gamma(\overline{P}^0(t) \to f) &\propto e^{-\Gamma_1 t}|\overline{A}_f|^2\left[K_+ + \left|\frac{p}{q}\rho_f\right|^2 K_- + 2\mathrm{Re}\left(\frac{p}{q}\rho_f L^*\right)\right]
\end{aligned}
$$

これで、一般的な場合の

$$
A_{CP}(t) = \frac{\Gamma(\overline{P}^0(t) \to f) - \Gamma(P^0(t) \to f)}{\Gamma(\overline{P}^0(t) \to f) + \Gamma(P^0(t) \to f)}
$$

を計算できる。

以下は CPT 保存の場合のみを考える

- $|A_f| = |\overline{A}_f| \quad (|\rho_f| = |\overline{\rho}_f| = 1)$
- $|q/p| = 1$

そうすると $(q/p)\overline{\rho}_f = e^{2i\phi}$, $(p/q)\rho_f = e^{-2i\phi}$ と置くことができる

$$K_+ + K_- = 2(1 + e^{\Delta\Gamma t})$$
$$\mathrm{Re}(e^{2i\phi}L^*) = \cos 2\phi(1 - e^{\Delta\Gamma t}) - 2\sin 2\phi e^{\frac{1}{2}\Delta\Gamma t}\sin\Delta m t$$
$$\mathrm{Re}(e^{-2i\phi}L^*) = \cos 2\phi(1 - e^{\Delta\Gamma t}) + 2\sin 2\phi e^{\frac{1}{2}\Delta\Gamma t}\sin\Delta m t$$

これを、

$$\Gamma(P^0(t) \to f) \quad \propto \quad e^{-\Gamma_1 t}|A_f|^2\left[K_+ + K_- + 2\mathrm{Re}\left(\frac{q}{p}\overline{\rho}_f L^*\right)\right]$$
$$\Gamma(\overline{P}^0(t) \to f) \quad \propto \quad e^{-\Gamma_1 t}|A_f|^2\left[K_+ + K_- + 2\mathrm{Re}\left(\frac{p}{q}\rho_f L^*\right)\right]$$

に代入すると、

$$A_{CP}(t) = \frac{2\sin 2\phi e^{\frac{1}{2}\Delta\Gamma t}\sin\Delta m t}{1 + e^{\Delta\Gamma t} + \cos 2\phi(1 - e^{\Delta\Gamma t})}$$

B 中間子崩壊では $\Delta\Gamma = 0$ と置いてよく、そうすると、

$$K_+ + K_- = 2(1 + e^{\Delta\Gamma t}) = 4$$
$$\mathrm{Re}(e^{2i\phi}L^*) = \cos 2\phi(1 - e^{\Delta\Gamma t}) - 2\sin 2\phi e^{\frac{1}{2}\Delta\Gamma t}\sin\Delta m t = -2\sin 2\phi \sin\Delta m t$$
$$\mathrm{Re}(e^{-2i\phi}L^*) = \cos 2\phi(1 - e^{\Delta\Gamma t}) + 2\sin 2\phi e^{\frac{1}{2}\Delta\Gamma t}\sin\Delta m t = 2\sin 2\phi \sin\Delta m t$$

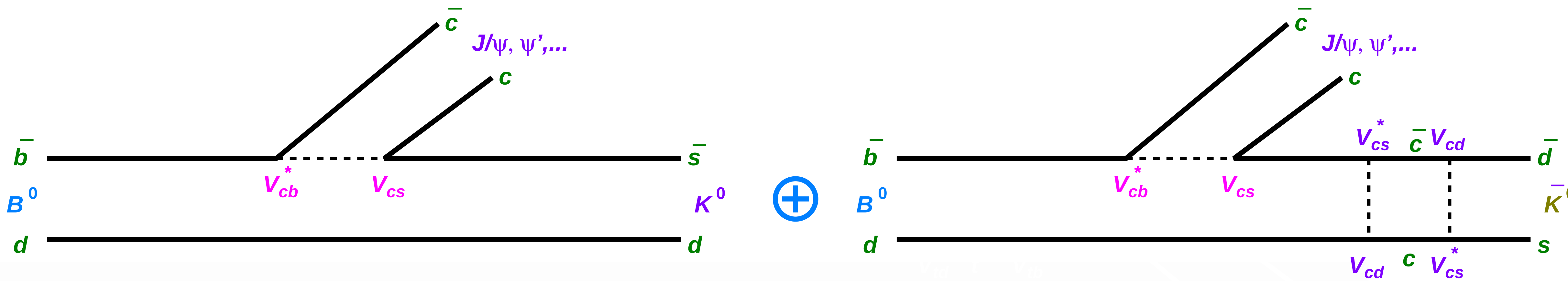
これを使うと、

$$\begin{aligned}
\Gamma(P^0(t) \to f) &\propto e^{-\Gamma_1 t}|A_f|^2\left[K_+ + K_- + 2\mathrm{Re}\left(\tfrac{q}{p}\overline{\rho}_f L^*\right)\right] \\
&= 4e^{-\Gamma t}|A_f|^2[1 - \sin 2\phi \sin\Delta m t] \\
\Gamma(\overline{P}^0(t) \to f) &\propto e^{-\Gamma_1 t}|A_f|^2\left[K_+ + K_- + 2\mathrm{Re}\left(\tfrac{p}{q}\rho_f L^*\right)\right] \\
&= 4e^{-\Gamma t}|A_f|^2[1 + \sin 2\phi \sin\Delta m t]
\end{aligned}$$

また、

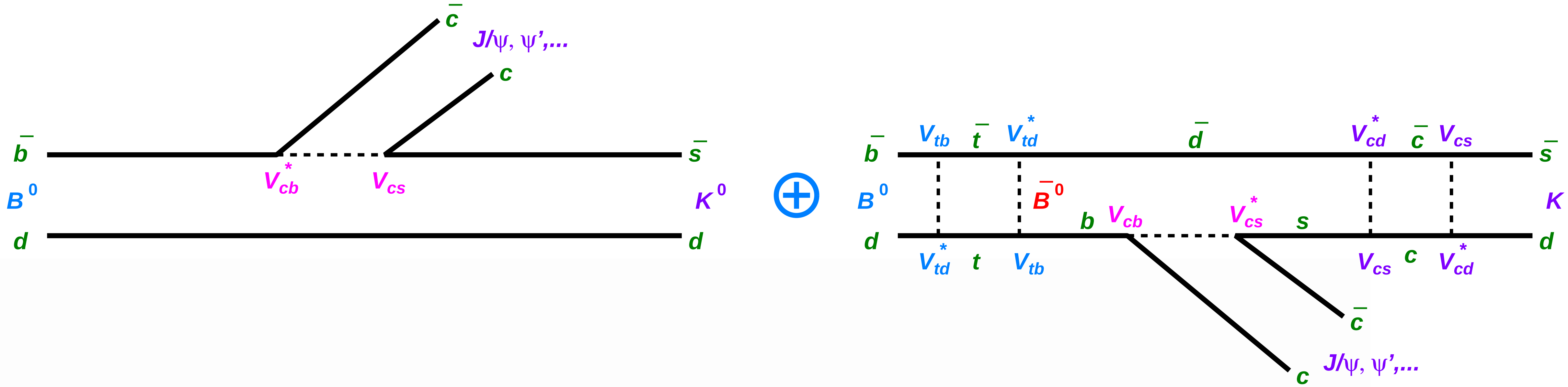
$$A_{CP}(t) = \sin 2\phi \sin\Delta m t$$

$B \to$ 混合 $\to$ CP 固有状態での $\phi = \arg(\overline{\rho}\frac{q}{p})$



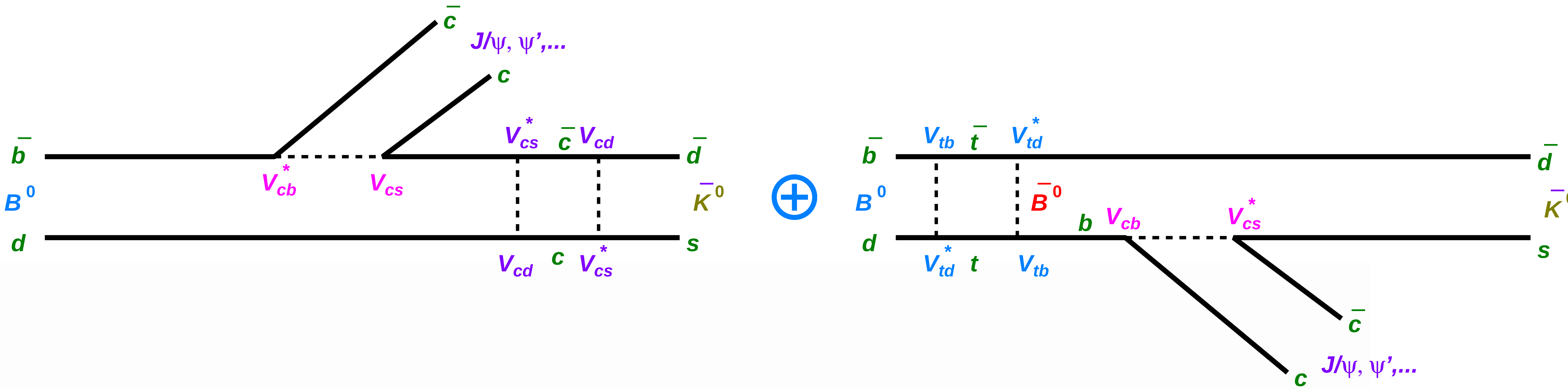
- 初期状態 B^0 の $J/\psi K^0_S$ への崩壊　$(K^0_S = \frac{1}{\sqrt{2}}(K^0 + \overline{K}^0))$

$B \to$ 混合 $\to$ CP 固有状態での $\phi = \arg(\overline{\rho}\frac{q}{p})$



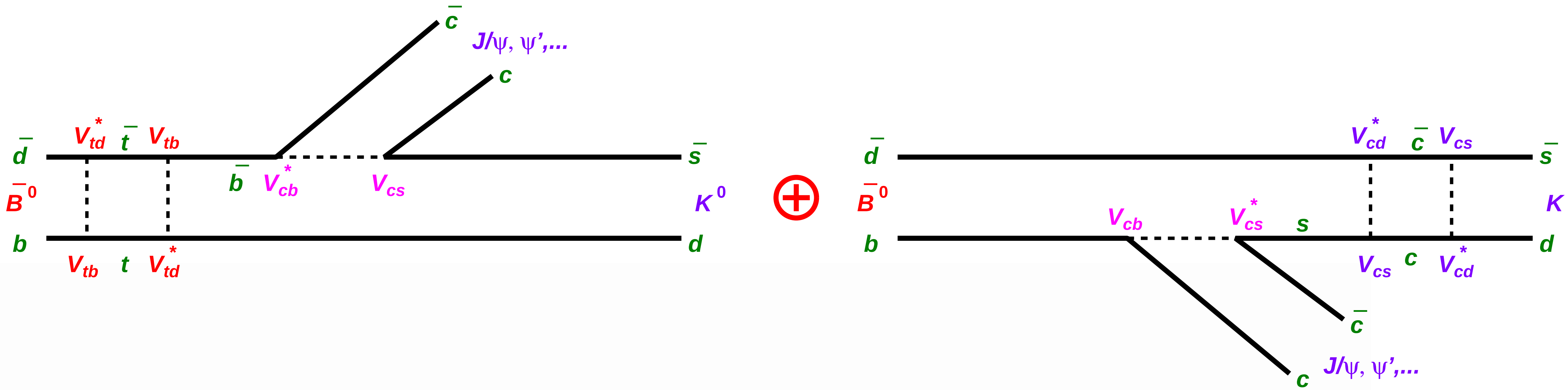
- 初期状態 B^0 の $J/\psi K^0$ への崩壊
- 時間 $t \neq 0$ では、mixing 経由の振幅が発生
  干渉項の小林益川行列要素は $(V^*_{td}V_{tb}/V^*_{cd}V_{cb})^2$

$B \to$ 混合 → CP 固有状態での $\phi = \arg(\overline{\rho}\frac{q}{p})$



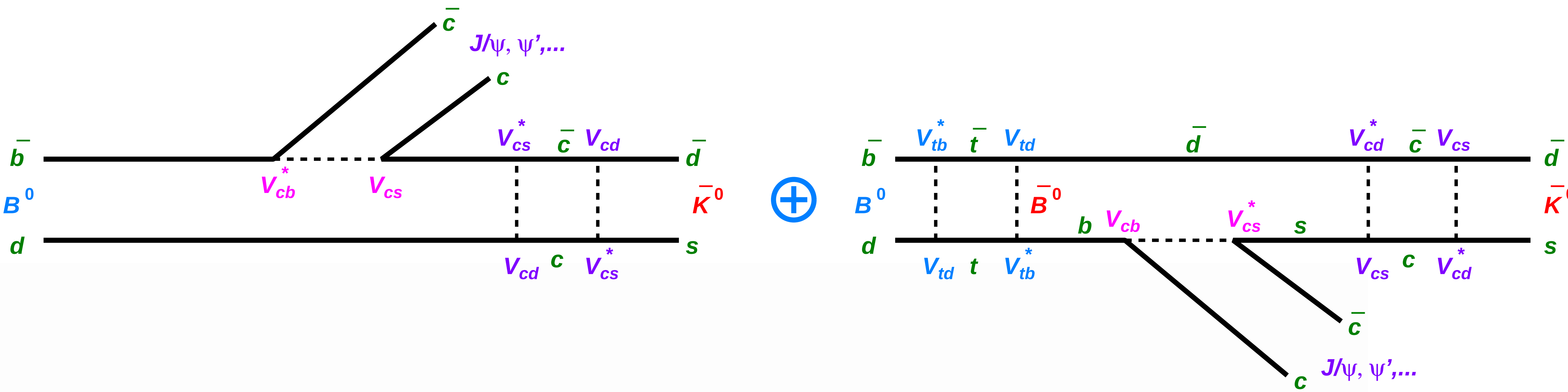
- 初期状態 B^0 の $J/\psi\overline{K}^0$ への崩壊
- 時間 $t \neq 0$ では、mixing 経由の振幅が発生
  干渉項の小林益川行列要素は やはり $(V^*_{td}V_{tb}/V^*_{cd}V_{cb})^2$
  したがって $B^0 \to J/\psi K^0_S$ の干渉項でも同様

$B \to$ 混合 $\to$ CP 固有状態での $\phi = \arg(\bar{\rho}\frac{q}{p})$



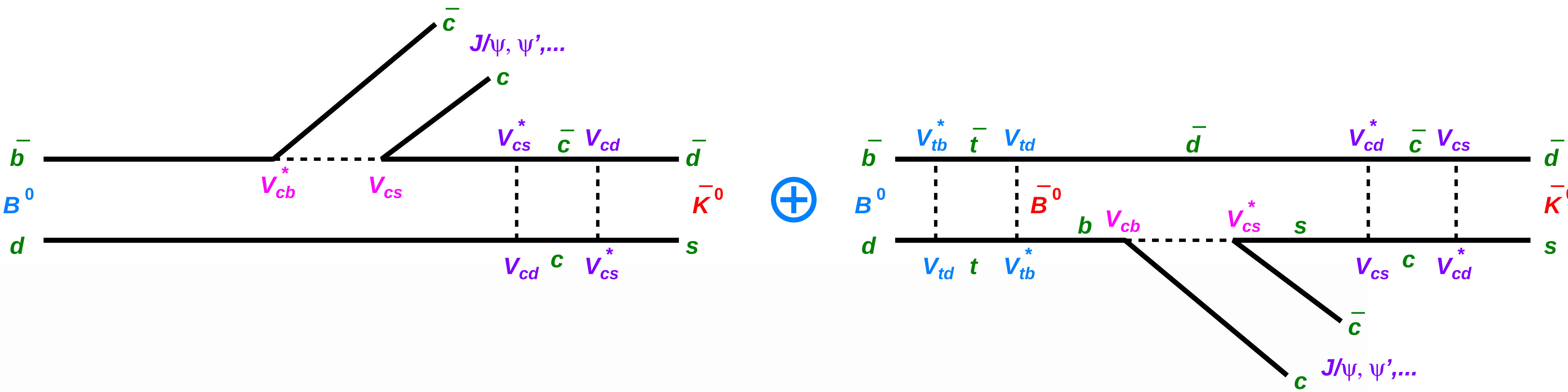
- 初期状態 $\overline{B}^0$ の $J/\psi K^0$ への崩壊
- 時間 $t \neq 0$ では、mixing 経由の振幅が発生
  干渉項の小林益川行列要素は $(V_{td}V^*_{tb}/V_{cd}V^*_{cb})^2$
- CP 変換後の 小林益川行列要素の差は $(V_{td}V^*_{tb})^2 \neq (V^*_{td}V_{tb})^2$

$B \to$ 混合 $\to$ CP 固有状態での $\phi = \arg(\bar{\rho}\frac{q}{p})$



- 初期状態 $\overline{B}^0$ の $J/\psi\overline{K}^0$ への崩壊
- 時間 $t \neq 0$ では、mixing 経由の振幅が発生
  干渉項の小林益川行列要素は やはり $(V_{td}V^*_{tb}/V_{cd}V^*_{cb})^2$
- CP 変換後の 小林益川行列要素の差は $(V_{td}V^*_{tb})^2 \neq (V^*_{td}V_{tb})^2$

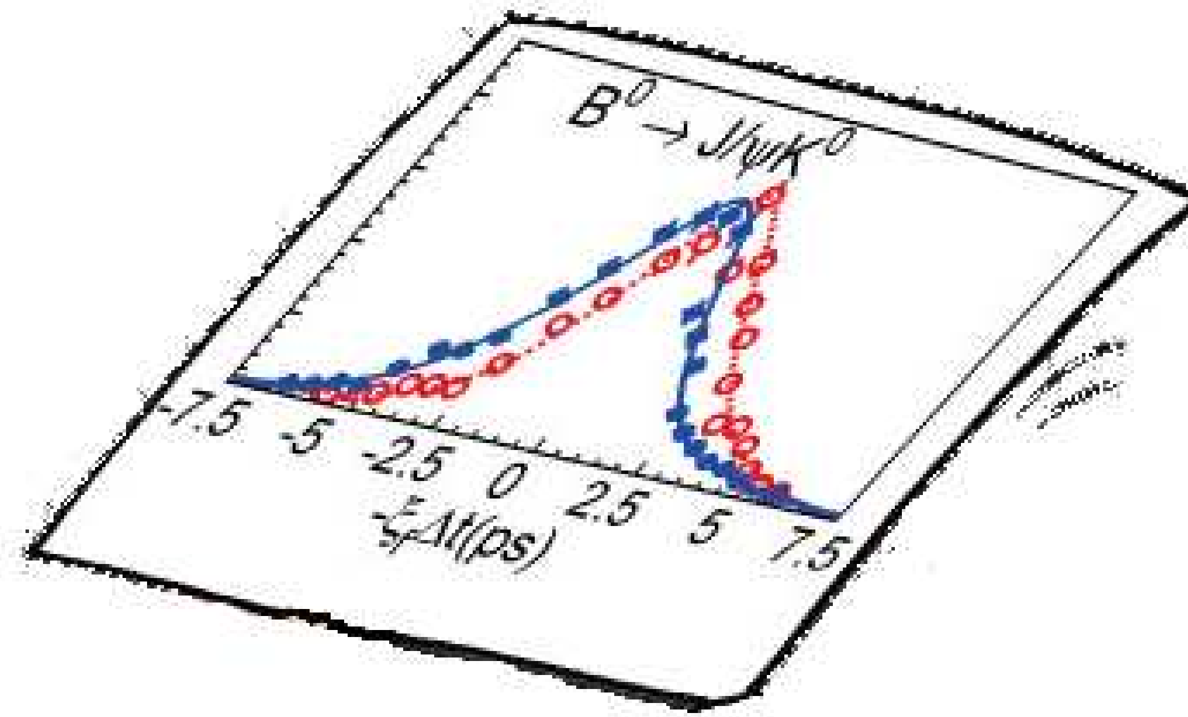
$B \to$ 混合 $\to$ **CP** 固有状態での $\phi = \arg(\bar{\rho}\frac{q}{p})$



- 初期状態 $\overline{B}^0$ の $J/\psi\overline{K}^0$ への崩壊
- 時間 $t \neq 0$ では、mixing 経由の振幅が発生
  干渉項の小林益川行列要素は やはり $(V_{td}V_{tb}^*/V_{cd}V_{cb}^*)^2$
- CP 変換後の 小林益川行列要素の差は $(V_{td}V_{tb}^*)^2 \neq (V_{td}^*V_{tb})^2$

したがって $B^0 \to J/\psi K_S^0$ と $\overline{B}^0 \to J/\psi K_S^0$ の間には
位相差 $\phi_1 = \arg\left(-\frac{V_{cb}^*V_{cd}}{V_{tb}^*V_{td}}\right)$ が mixing の時間 t の関数で現れる

測定の原理



B 中間子とは

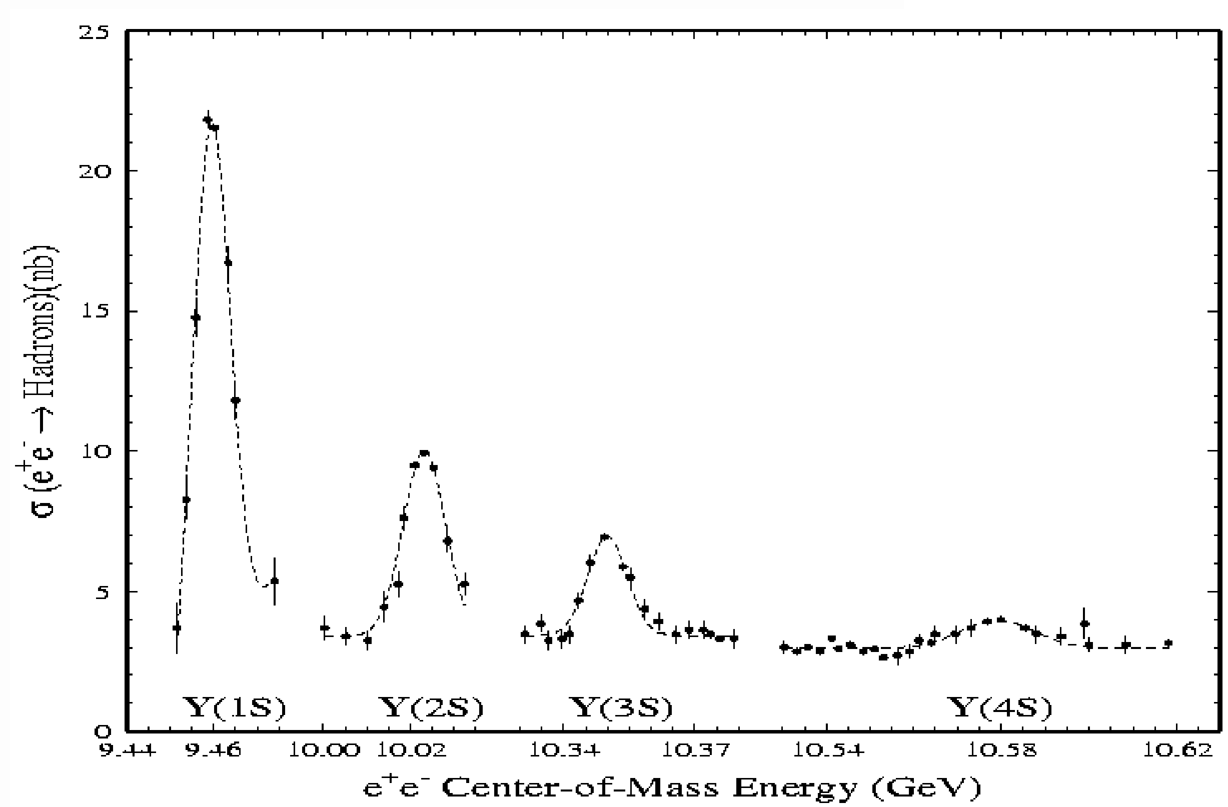
- 反 b クォークと d クォークとの結合状態 ($\bar{b}d$, B^0 中間子)
  - b クォークと反 d クォークとの結合状態は反 B 中間子 ($b\bar{d}$, $\overline{B}^0$)
  - 中間子混合 や CP 対称性の破れ などおもしろいことが起きる

- 質量は 5.3 GeV (53 億電子ボルト) で水素原子の約 5 倍，エネルギーから作り出すことが出来る ($E = mc^2$)
  - B 中間子と反 B 中間子が対で生成される必要がある
  - 対生成には 10.6 GeV のエネルギーが必要 ➡ KEKB 加速器

- 寿命は 1.6 ピコ秒 (1 ピコ秒は 1 兆分の 1 秒)
  - 日常世界からすると非常に短い寿命、より軽い別の粒子に崩壊
  - 素粒子の世界では非常に長い寿命、測定可能 ➡ Belle 測定器

$\Upsilon(4S)$ — B 中間子の生成

- $e^+e^- \to f\bar{f}$ プロセス (continuum 生成) は、(電荷)^2 に比例 (クォークはさらに 3 種類のカラーで $\times 3$)
  $\mu^+\mu^- : \tau^+\tau^- : d\bar{d} : u\bar{u} : s\bar{s} : c\bar{c} : b\bar{b} \sim 1 : 1 : \frac{1}{3} : \frac{4}{3} : \frac{1}{3} : \frac{4}{3} : \frac{1}{3}$
- continuum 生成断面積は重心系のエネルギー ($\sqrt{s}$) に反比例
  $\sqrt{s} \sim 10$ GeV で約 3 nb の $e^+e^- \to q\bar{q}$
- $\Upsilon(10580) \equiv \Upsilon(4S)$ は $b\bar{b}$ の 1^{--} 状態
  - 生成断面積は 1 nb
  - ほぼすべて $B^0\overline{B}^0$ か B^+B^- に崩壊



B 中間子の崩壊

- さまざまな短寿命の中間状態を経て中間子 ($\pi^{\pm}$、$K^{\pm}$、K_L^0)、レプトン ($e^{\pm}$、$\mu^{\pm}, \nu_{e,\mu,\tau}$)、核子 ($p, n$)、光子 ($\gamma$) に崩壊してゆく
  - 崩壊例 1 — CP (電荷・パリティ変換) 固有状態への崩壊

    B^0 または $\overline{B}^0 \to J/\psi + K_S^0$ (B^0 と $\overline{B}^0$ の区別がつかない)

    $\longrightarrow K_S^0\ (s\overline{d}) \to \pi^+ + \pi^-$

    $\longrightarrow J/\psi\ (c\overline{c}) \to e^+ + e^-$ または $\mu^+ + \mu^-$

  - 崩壊例 2 — フレーバー固有状態への崩壊

    $B^0 \to D^{*+} + e^- + \overline{\nu}_e$ ($\overline{B}^0$ の場合は $D^{*-} + e^+ + \nu_e$ に崩壊と区別できる)

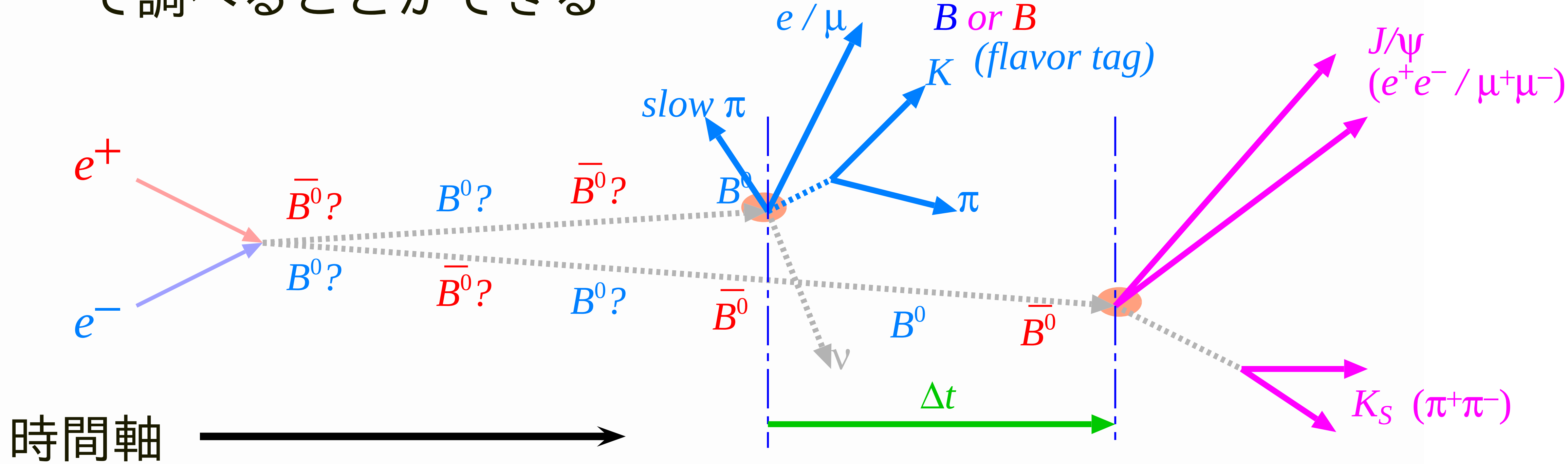
    $\longrightarrow D^{*+}\ (c\overline{d}) \to D^0 + \pi^+$

    $\longrightarrow D^0\ (c\overline{u}) \to K^- + \pi^+$

- CP 固有状態とフレーバー固有状態の両方測ることが重要

$B^0 - \overline{B}^0$ 状態の生成と崩壊

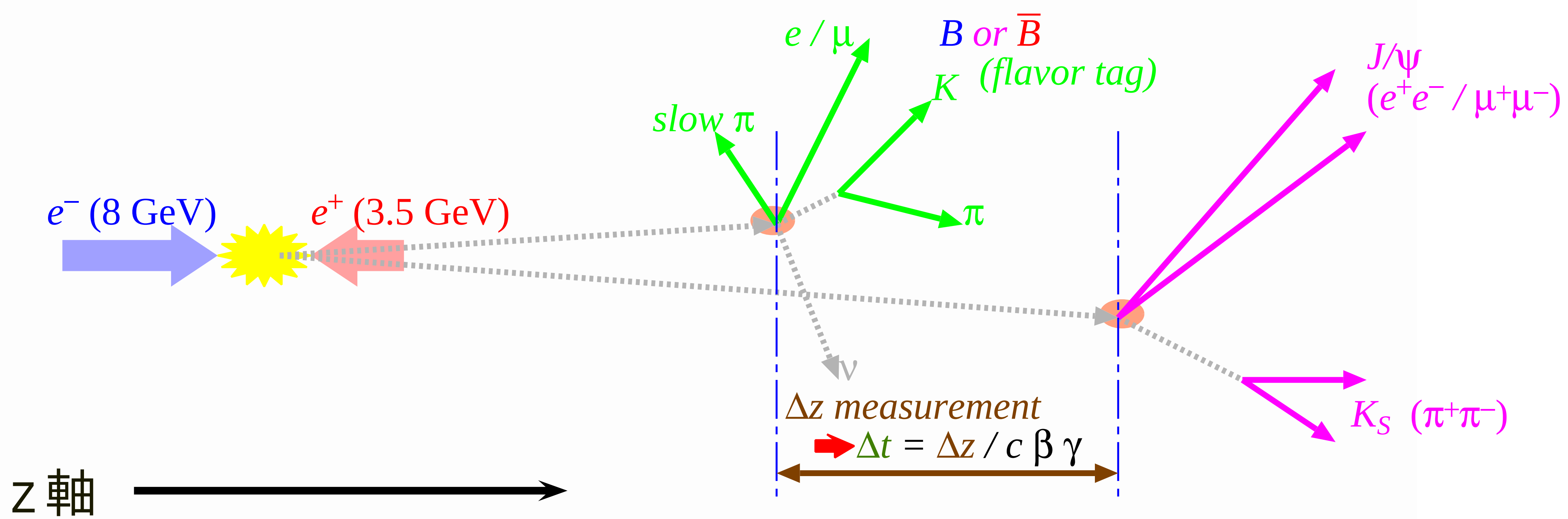
- $e^+ + e^- \rightarrow B^0 + \overline{B}^0$ と生成、反対方向へ離れてゆく (運動量保存則)
  ただしどちらがどちらかは崩壊するまで知るすべがない
- $B^0 \Leftrightarrow \overline{B}^0$ の中間子混合によりどちらも 同時に B^0 と $\overline{B}^0$ を行き来
- 同時にフレーバー状態へ崩壊すれば、必ず片側は B^0 で反対側は $\overline{B}^0$
  片側がフレーバー状態へ崩壊すれば、反対側は崩壊してなくても
  フレーバーが決まる
- 反対側の崩壊を起点にして、純粋な B^0 だけの崩壊時間分布について調べることができる



B 中間子崩壊時間の測定

- 指数関数 $e^{-t/\tau}$ に従って崩壊、時間差の場合も同様 ($e^{-\Delta t/\tau}$)
  - しかし 1.6 ps の時間差を測定するのは現在の技術では無理
- 高速に動いていれば、時間差を距離差に置きかえられる
  - KEKB では 8 GeV の電子 と 3.5 GeV の陽電子の衝突
  - 重心エネルギー 10.6 GeV、重心系は光速の 39% ($\beta = 0.39$)
  - 崩壊距離差は $e^{-\Delta z/c\gamma\beta\tau}$、$c\gamma\beta\tau$= 0.2 mm 程度の Δz は測定可能

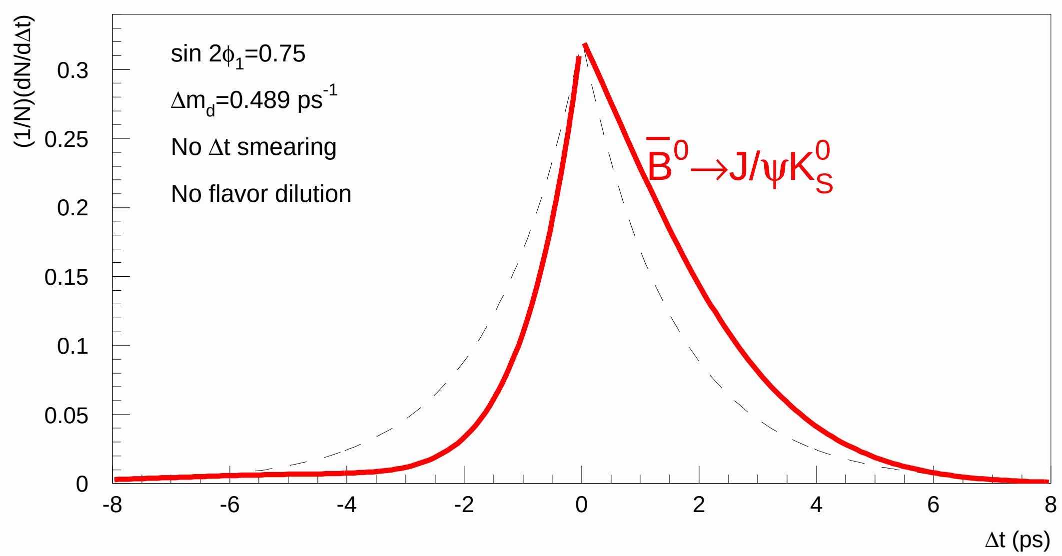
    (ローレンツブースト $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} = 1.09$ だけ寿命も延びる)



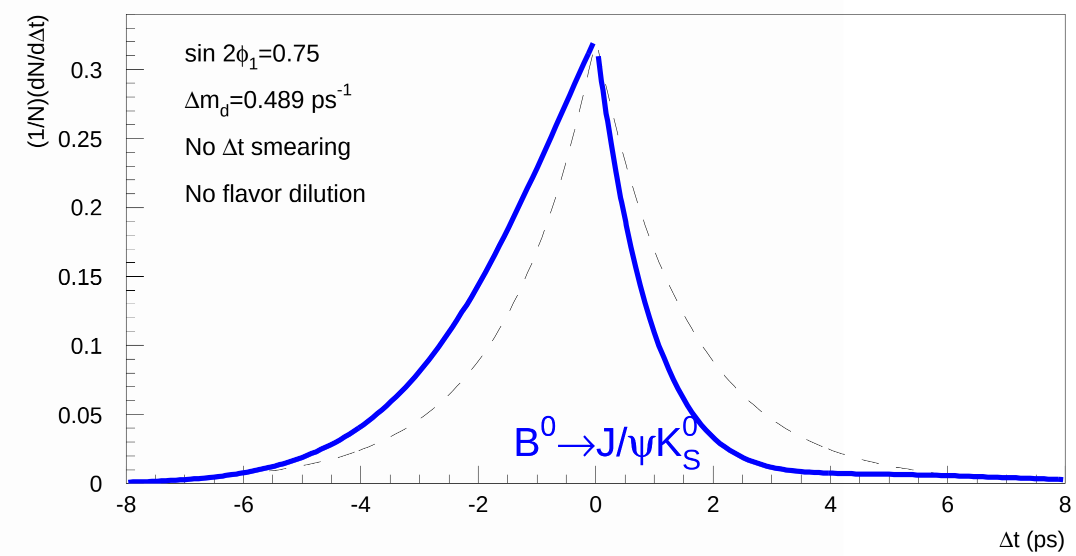
CP 対称性を破る崩壊分布

- 初期状態のフレーバー (B^0 か $\overline{B}^0$ か) を決める時刻を基準
- $t \to \Delta t = t_{CP} - t_f$ 　(t_{CP} と t_f のどちらが先でも良い)

$\overline{B}^0 \to J/\psi K_S^0$



$B^0 \to J/\psi K_S^0$



CP

$$e^{-|\Delta t|/\tau}\left[1 + \sin 2\phi_1 \sin(\Delta m \Delta t)\right] \qquad e^{-|\Delta t|/\tau}\left[1 - \sin 2\phi_1 \sin(\Delta m \Delta t)\right]$$

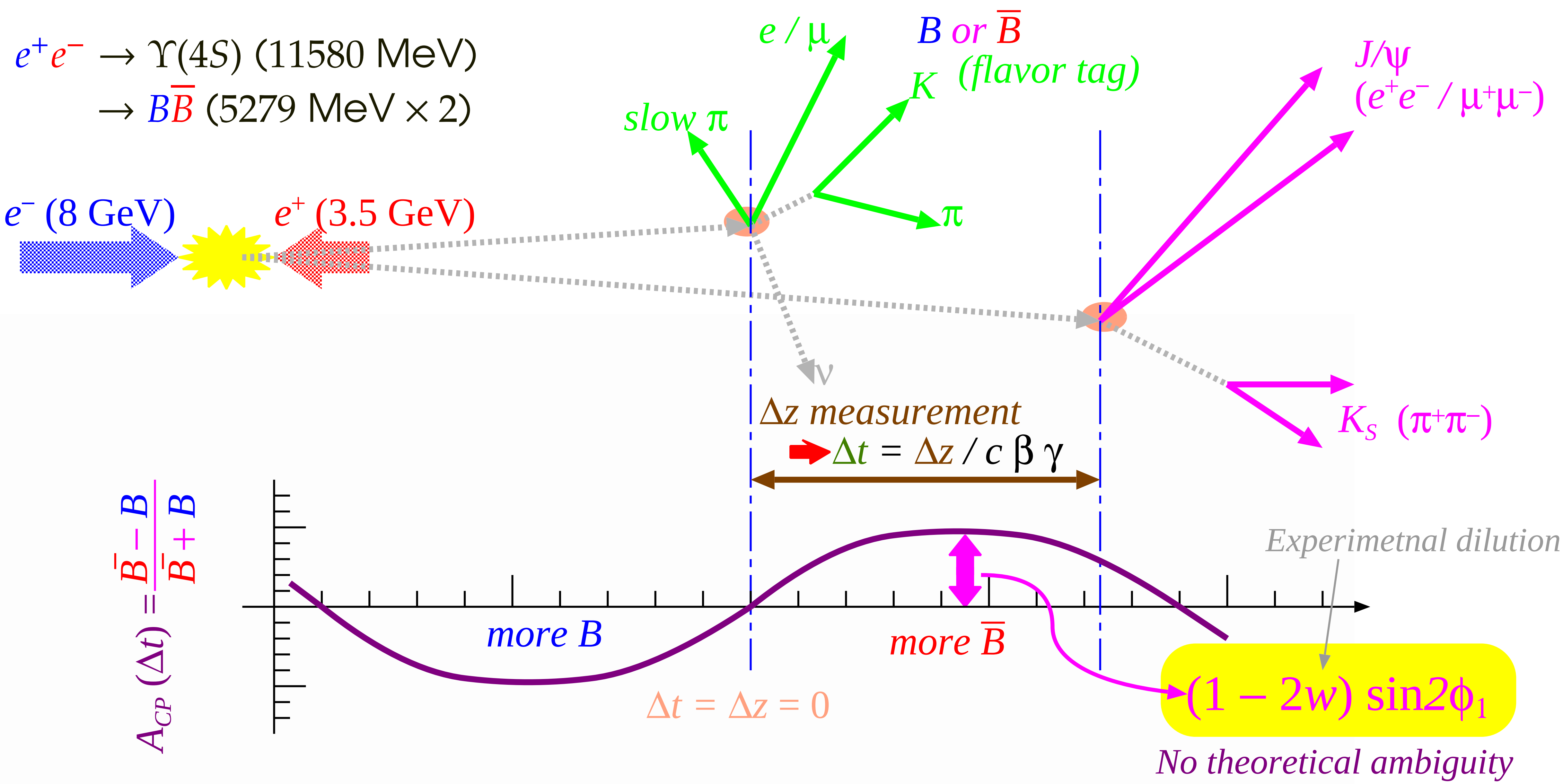
($\Delta t = 0$ は $\overline{B}^0$ (B^0) のフレーバー確定時刻)

$$A_{CP} = \frac{\Gamma(\overline{B}^0(t) \to J/\psi K_S^0) - \Gamma(B^0(t) \to J/\psi K_S^0)}{\Gamma(\overline{B}^0(t) \to J/\psi K_S^0) + \Gamma(B^0(t) \to J/\psi K_S^0)} = \sin 2\phi_1 \sin(\Delta m \Delta t)$$

CP 対称性の破れの測定

$e^+e^- \to \Upsilon(4S)$ (11580 MeV)

$\to B\overline{B}$ (5279 MeV × 2)



KEKB / Belle requirements

● 非対称エネルギー	● 崩壊点測定	● レプトン識別
● たくさんの B	● 精度良い運動量	● K/π 識別